Dobra večer gospodo... i dvije dame... krenimo sa trećim kolokvijem...

prvi zadatak...

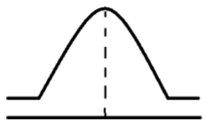
Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 114$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji:

(a) manji od 113 ($X \leq 113$);
(b) izmedu 105 i 121 ($105 < X \leq 121$).

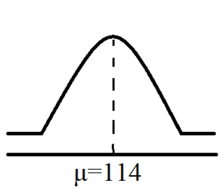
prvo što napravimo je napišemo normalnu distribuciju koja ide $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

što je u našem slučaju $X \sim N(114, 64)$

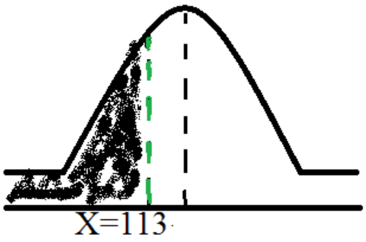
sada ću morat ubaciti sliku iz painta koju sam nabrzinu naškrabao da bolje shvatite slijedeći potez...



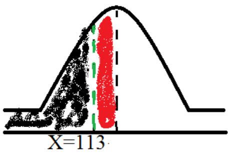
ovo je graf površine ispod normalne krivulje... on cijeli iznosi 1... iscrtkana je polovica grafa koja iznosi 0,5... na toj polovici nam se nalazi i μ... to sa našim podacima izgleda ovako



u zadatku nam se traži X≤113



zelena iscrtkana crta nam je 113, a sve zacrnjeno je manje od toga... već smo prije rekli da crna isrctkana crta dijeli graf na pola... ako je cijeli 1, pola je 0.5... dakle do crne isrctkane crte nam je 0,5... površinu tj. vjerojatnos koja nam se traži ćemo dobiti tako da od 0.5 oduzmemo lijevi dio koji nije zacrnjen... kojeg ćemo sad pocrveniti da bolje shvatite...



crveni dio dobijemo preko formule koja glasi:

$z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

dakle z = -0.125

sada se uhvatimo tablica i vidimo koji podatak nam paše uz taj broj...

minus zanemarujemo u tablici... tražimo podatke koji nam se kriju pod stupcem od 0.13... da nam je bilo z= 0.124 gledali bi od 0.12, da je bilo 0.1249999 gledali bi od 0.12, ali 0.125 i na više gledamo 0.13...

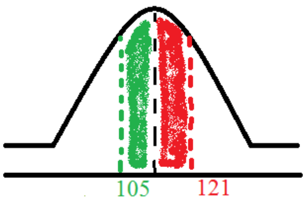
pogled na tablicu

	0	1	2	3
0,0	,00000	,00399	,00798	,01197
0,1	,03983	,04380	,04776	,05172

primijetite da je tablica kombinacija decimala... dakle pod 0.13 nam se nalazi 0.05172

i konačno vjerojatnost P= 0,5 – 0,05172= 0,4483

b) zadatak ide po istom principu 105 < X ≤121



pošto nam je μ=114, lijevo nam se nalazi zeleni dio koji je 105, a desno crveni koji je 121... zbrojeni daju nam rješenje...

prvo izračunamo svakog posebno...

zeleni z opet po formuli ide

z = $\frac{X-\mu}{\sigma}$

pri čemu je z= $\frac{105-114}{8}$ = 1.125

pogled na tablicu (gledamo za 1.13 pogledajte gore objašnjenje ako niste do sada....)

	0	1	2	3
0,0	,00000	,00399	,00798	,01197
0,1	,03983	,04380	,04776	,05172
0,2	,07926	,08317	,03706	,09095
0,3	,11791	,12172	,12552	,12930
0,4	,15542	,15910	,16276	,16640
0,5	,19146	,19497	,19847	,20194
0,6	,22575	,22907	,23237	,23565
0,7	,25804	,26115	,26424	,26730
0,8	,28814	,29103	,29389	,29673
0,9	,31594	,31859	,32121	,32381
1,0	,34134	,34375	,34614	,34850
1,1	,36433	,36650	,36864	,37076

i dakle to nam je 0.37076

crveni ide po istoj formuli sa svojim x

z= $\frac{121-114}{8}$ = 0.875

pogled na tablicu (gledamo za 0.88)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0,0	,00000	,00399	,00798	,01197	,01595	,01994	,02392	,02790	,03188
0,1	,03983	,04380	,04776	,05172	,05567	,05962	,06356	,06749	,07142
0,2	,07926	,08317	,03706	,09095	,09483	,09871	,10257	,10642	,11026
0,3	,11791	,12172	,12552	,12930	,13307	,13683	,14058	,14431	,14803
0,4	,15542	,15910	,16276	,16640	,17003	,17364	,17724	,18082	,18439
0,5	,19146	,19497	,19847	,20194	,20540	,20884	,21226	,21566	,21904
0,6	,22575	,22907	,23237	,23565	,23891	,24215	,24537	,24857	,25175
0,7	,25804	,26115	,26424	,26730	,27035	,27337	,27637	,27935	,28230
0,8	,28814	,29103	,29389	,29673	,29955	,30234	,30511	,30785	,31057

i to nam je 0.31057

zbrojimo zeleni i crveni dio i dobijemo da je

P= 0.37076 + 0.31057 = 0,68133

2. zadatak

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.18	0.17	0.17	0.18	0.19	0.19	0.17	0.19

prvo zapišemo podatke...

σ^2=0,0049

σ=0,07

H_0 : μ = 0,16 → nulta hipoteza

α= 0,05 → razina značajnosti

i izračunamo aritmetičku sredinu od x a to je 0,18

po tablici vidimo da su svi podaci uz x veći od nulte hipoteze, pa ćemo raditi tzv. desni test iliti test na gornju granicu... tu nam sad služe ova tabela no.2

Vrsta testa	Nulta hipoteza	Alternativna hipoteza	Područje prihvaćanja nulte hipoteze	Područje odbacivanja nulte hipoteze
Dvosmjerni (obostrani)	$H_0 ... \mu = \mu_0$	$H_1 ... \mu \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert < z_{\alpha/2}$	$\lvert z \rvert > z_{\alpha/2}$
Desni test, na gornju granicu	$H_0 ... \mu \leq \mu_0$	$H_1 ... \mu > \mu_0$	$z < z_\alpha$	$z > z_\alpha$
Lijevi test, na donju granicu	$H_0 ... \mu \geq \mu_0$	$H_1 ... \mu < \mu_0$	$z > -z_\alpha$	$z < -z_\alpha$

i počinjemo rad sa kolonom „desni test"

nulta hipoteza nam je H_0 : μ = 0,16

a alternativna hipoteza nam je H_1 : μ > 0,16

sada koristimo formulu: $Z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}}$

pri čemu nam je $\bar{x}$ aritmetička sredina, μ_0 nulta hipoteza a

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.07}{8} = 0.02475$$

sad kad to uvrstimo gore dobijemo da je z= $\frac{0.18-0.16}{0.02475}$

i dobijemo da je z = 0,8081

dalje imamo

$z_\alpha = 0.5 - \alpha$

$z_\alpha = 0.5 - 0.05 = 0.45$

sada u tablicu idemo obrnuto... iznutra tražimo vanjske podatke

	0	1	2	3	4	5
0,0	,00000	,00399	,00798	,01197	,01595	,01994
0,1	,03983	,04380	,04776	,05172	,05567	,05962
0,2	,07926	,08317	,03706	,09095	,09483	,09871
0,3	,11791	,12172	,12552	,12930	,13307	,13683
0,4	,15542	,15910	,16276	,16640	,17003	,17364
0,5	,19146	,19497	,19847	,20194	,20540	,20884
0,6	,22575	,22907	,23237	,23565	,23891	,24215
0,7	,25804	,26115	,26424	,26730	,27035	,27337
0,8	,28814	,29103	,29389	,29673	,29955	,30234
0,9	,31594	,31859	,32121	,32381	,32639	,32894
1,0	,34134	,34375	,34614	,34850	,35083	,35314
1,1	,36433	,36650	,36864	,37076	,37286	,37493
1,2	,38293	,38686	,38877	,39065	,39251	,39435
1,3	,40320	,40490	,40658	,40824	,40988	,41149
1,4	,41924	,42073	,42220	,42364	,42507	,42647
1,5	,43319	,43448	,43574	,43699	,43822	,43943
1,6	,44520	,44630	,44738	,44845	,44950	,45053

0,45 se nalazi na „intervalu“ od 1,64 do 1,65... pošto se na 1.65 nalazi 0.45053 koji je veći od 0,45 uzimamo 1,64... bilo koji broj veći od 0.45053 uzeli bi kao rješenje 1,65 (naravno ako broj ne bi prešao u slijedeći „interval“)

sada nam je $z_\alpha = 1{,}64$ i pošto je to veće od z koji je 0,8081

pogledom na tabelu no.2

Područje prihvaćanja nulte hipoteze	Područje odbacivanja nulte hipoteze
$\|z\| < z_{\alpha/2}$	$\|z\| > z_{\alpha/2}$
$z < z_{\alpha}$	$z > z_{\alpha}$
$z > -z_{\alpha}$	$z < -z_{\alpha}$

u slučaju desnog testa i ako je $z_{\alpha} > z$ prihvaćamo nultu hipotezu i rješenje zapisujemo tekstom

NUL HIPOTEZU PRIHVAĆAMO S RAZINOM ZNAČAJNOSTI α=0.05 JER VRIJEDI $z_{\alpha} > z$ (1,64 > 0.8081) treći zadatak

Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 60 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	12	10	9	11	10	8

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

brojke koje se nalaze u velikoj zagradi u donjem redu nazovemo sa p

p= 1/6

broj kolko je puta kockica bačena nazovemo sa m

m = 60

e_i je jednak umnošku p i m... $e_i = p*m$

x su brojevi uz x (1,2,3,4,5,6)

f_i su brojevi uz f (12, 10, 9, 11, 10 ,8)

i radimo si tablicu

x	f_i	e_i	$f_i - e_i$	$\frac{(f_i-e_i)^2}{e_i}$
1	12	10	2	0.4
2	10	10	0	0
3	9	10	-1	0.1
4	11	10	1	0.1
5	10	10	0	0
6	8	10	-2	0.4

slijedeće izračunavamo χ^2 (vrijednost testa) a on se dobije tako da se zbroje svi $\frac{(f_i-e_i)^2}{e_i}$

χ^2 je dakle jednak 1

izračunamo χ_{α}^{2} (kritična vrijenost)

$\chi_{\alpha}^{2} = \chi_{0.025}^{2}$ (n-1)

ovaj n-1 su stupnjevi slobode... n nam je ukupan broj x koji imamo, a to je 6... dakle stupnjevi slobode su jednaki 5... to si zapišemo ovako

$$\chi_{0.025}^{2} \quad 5$$

bitne brojke su nam 0.025 i 5... s njima skačemo u tablicu i nalazimo broj...

	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025
1	0,00004	0,00016	0,00098	0,00393	0,01579	2,70554	3,84146	5,02389
2	0,01003	0,02010	0,05064	0,10259	0,21072	4,60517	5,99146	7,37776
3	0,07172	0,11483	0,21580	0,35185	0,58437	6,25139	7,81473	9,34840
4	0,20699	0,29711	0,48442	0,71072	1,06362	7,77944	9,48773	11,14329
5	0,41174	0,55430	0,83121	1,14548	1,61031	9,23636	11,07050	12,83250

i dobijemo da je $\chi_{\alpha}^{2} = 12.83250$

što nam pokazuje da je $\chi_{\alpha}^{2} > \chi^{2}$ što znači da je točna nulta hipoteza... da je bilo obrnuto točna bi bila alternativna hipoteza...

na kraju zapišemo rješenje riječima

Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

u drugačijem obliku postavke zadatka sa stolnim tenisom pricnip rada je isti, samo se mijenjaju podaci u tablici kompletno jer p više ne iznosi jednaku vrijednost pa tako da se i e_i svaki put mijenja (m*p)

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 161\text{g}$ i $\sigma^2 = 64\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) veća od 180g ($X > 180$);

   (b) između 154g i 165g ($154 < X \leq 165$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.28$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.31	0.26	0.31	0.27	0.29	0.25	0.31	0.27	0.29	0.27

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 77 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	28	12	16	5	7	9

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{5}{12} & \frac{1}{6} & \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.025$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(161, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X > 180) \approx P(X^* > 2.38) = 1 - P(X^* < 2.38) =$
   $= 1 - F^*(2.38) \approx 1 - 0.99134 = 0.00866$

   (b) $P(154 < X < 165) \approx P(-0.88 < X^* < 0.5) = F^*(0.5) - F^*(-0.88) =$
   $= F^*(0.5) - (1 - F^*(0.88)) \approx 0.69146 - (1 - 0.81057) \approx 0.69146 - 0.18943 \approx 0.50203$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.283-0.28}{0.02}\sqrt{10} \approx 0.474342$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.28$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.0025} = -2.81$, $z_{0.9975} = 2.81$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-2.81 < 0.474342 < 2.81$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 6.40779$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 458$ml i $\sigma^2 = 441$ml^2. Izračunajte vjerojatnost

   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);

   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 428ml i 464ml napitka ($428 < X \leq 464$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.24$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.33	0.3	0.33	0.33	0.3	0.33	0.27

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 240 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	31	28	36	32	28	28	26	31

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(458, 441), \sigma = \sqrt{441} = 21$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2) = 1 - P(X^* < 2) =$
   $= 1 - F^*(2) \approx 1 - 0.97725 = 0.02275$

   (b) $P(428 < X < 464) \approx P(-1.43 < X^* < 0.29) = F^*(0.29) - F^*(-1.43) =$
   $= F^*(0.29) - (1 - F^*(1.43)) \approx 0.61409 - (1 - 0.92364) \approx 0.61409 - 0.07636 \approx 0.53773$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.312857-0.24}{0.06}\sqrt{7} \approx 3.2127$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.24$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$ (tj. ne vrijedi $3.2127 < 2.58$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 2.33333$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.013$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 115$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) manji od 114 ($X \leq 114$);

   (b) između 113 i 122 ($113 < X \leq 122$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.12$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.06	0.09	0.09	0.09	0.03	0.06	0.09	0.06

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 108 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	42	16	18	10	18	4

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{28} & \frac{1}{7} & \frac{3}{28} & \frac{3}{28} & \frac{1}{28} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2-**test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(115, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X < 114) \approx P(X^* < -0.13) = P(X^* > 0.13) = 1 - P(X^* < 0.13) =$
   $= 1 - F^*(0.13) \approx 1 - 0.55172 = 0.44828$

   (b) $P(113 < X < 122) \approx P(-0.25 < X^* < 0.88) = F^*(0.88) - F^*(-0.25) =$
   $= F^*(0.88) - (1 - F^*(0.25)) \approx 0.81057 - (1 - 0.59871) \approx 0.81057 - 0.40129 \approx 0.40928$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.07125-0.12}{0.04}\sqrt{8} \approx -3.44715$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.12$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-2.88 < -3.44715$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 8.58025$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 176$ cm i $\sigma^2 = 38.44$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 178 cm ($X > 178$);

   (b) između 169 cm i 183 cm ($169 < X \leq 183$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.11	0.06	0.1	0.06	0.11	0.06	0.12	0.07

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	10	10	13	7

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (visine studenata)
   $X \sim N(176, 38.44), \sigma = \sqrt{38.44} = 6.2$

   (a) $P(X > 178) \approx P(X^* > 0.32) = 1 - P(X^* < 0.32) =$
   $= 1 - F^*(0.32) \approx 1 - 0.62552 = 0.37448$

   (b) $P(169 < X < 183) \approx P(-1.13 < X^* < 1.13) = F^*(1.13) - F^*(-1.13) =$
   $= F^*(1.13) - (1 - F^*(1.13)) \approx 0.87076 - (1 - 0.87076) \approx 0.87076 - 0.12924 \approx 0.74152$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.08625-0.09}{0.05}\sqrt{8} \approx -0.212132$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.09$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < -0.212132 < 3.09$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 1.8$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 7.815$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 281$ i $\sigma^2 = 144$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) manji od 275 ($X \leq 275$);
   (b) između 257 i 297 ($257 < X \leq 297$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.25$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.31	0.31	0.31	0.28	0.34	0.31	0.31	0.34

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 100 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	46	11	17	10	8	8

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{29} & \frac{4}{29} & \frac{5}{29} & \frac{2}{29} & \frac{1}{29} & \frac{2}{29} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(281, 144), \sigma = \sqrt{144} = 12$

   (a) $P(X < 275) \approx P(X^* < -0.5) = P(X^* > 0.5) = 1 - P(X^* < 0.5) =$
   $= 1 - F^*(0.5) \approx 1 - 0.69146 = 0.30854$

   (b) $P(257 < X < 297) \approx P(-2 < X^* < 1.33) = F^*(1.33) - F^*(-2) =$
   $= F^*(1.33) - (1 - F^*(2)) \approx 0.90824 - (1 - 0.97725) \approx 0.90824 - 0.02275 \approx 0.88549$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.31375-0.25}{0.07}\sqrt{8} \approx 2.57589$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.25$.
   kritična vrijednost: $z_{0.998} = 2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $2.57589 < 2.88$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 8.78383$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 155$g i $\sigma^2 = 81$g^2. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 160g ($X > 160$);
   (b) između 152g i 157g ($152 < X \leq 157$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.22$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.21	0.21	0.21	0.2	0.21	0.19	0.21	0.2	0.21

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	33	5	30	10	33	9

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(155, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 160) \approx P(X^* > 0.56) = 1 - P(X^* < 0.56) =$
   $= 1 - F^*(0.56) \approx 1 - 0.71226 = 0.28774$

   (b) $P(152 < X < 157) \approx P(-0.33 < X^* < 0.22) = F^*(0.22) - F^*(-0.33) =$
   $= F^*(0.22) - (1 - F^*(0.33)) \approx 0.58706 - (1 - 0.6293) \approx 0.58706 - 0.3707 \approx 0.21636$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.205556-0.22}{0.03}\sqrt{9} \approx -1.44444$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.22$.
   kritična vrijednost: $z_{0.02} = -2.05$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.05 < -1.44444$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 44.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 473$ml i $\sigma^2 = 169$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 469ml i 496ml napitka ($469 < X \leq 496$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.11$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.14	0.08	0.14	0.09	0.12	0.09

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 115 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	44	14	22	10	12	13

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{30} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{30} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(473, 169), \sigma = \sqrt{169} = 13$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.08) = 1 - P(X^* < 2.08) =$
   $= 1 - F^*(2.08) \approx 1 - 0.98124 = 0.01876$

   (b) $P(469 < X < 496) \approx P(-0.31 < X^* < 1.77) = F^*(1.77) - F^*(-0.31) =$
   $= F^*(1.77) - (1 - F^*(0.31)) \approx 0.96164 - (1 - 0.62172) \approx 0.96164 - 0.37828 \approx 0.58336$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.11-0.11}{0.03}\sqrt{6} \approx 0$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.11$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < 0 < 3.09$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 24.6321$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 101$ i $\sigma^2 = 100$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) veći od 105 ($X > 105$);
   (b) između 86 i 102 ($86 < X \leq 102$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.27	0.28	0.29	0.27	0.28	0.27	0.29	0.28	0.27	0.28

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	8	8	8	11	6	10	17	12

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(101, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 105) \approx P(X^* > 0.4) = 1 - P(X^* < 0.4) =$
   $= 1 - F^*(0.4) \approx 1 - 0.65542 = 0.34458$

   (b) $P(86 < X < 102) \approx P(-1.5 < X^* < 0.1) = F^*(0.1) - F^*(-1.5) =$
   $= F^*(0.1) - (1 - F^*(1.5)) \approx 0.53983 - (1 - 0.93319) \approx 0.53983 - 0.06681 \approx 0.47302$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.278-0.26}{0.06}\sqrt{10} \approx 0.948683$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.26$.
   kritična vrijednost: $z_{0.9995} = 3.29$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $0.948683 < 3.29$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 8.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 20.278$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 170$ cm i $\sigma^2 = 17.64$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta
   (a) manja od 166 cm ($X \leq 166$);
   (b) između 165 cm i 173 cm ($165 < X \leq 173$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.17$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.16	0.16	0.16	0.15	0.14	0.14	0.15

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 83 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	40	20	11	10	1	1

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{7}{13} & \frac{5}{26} & \frac{3}{26} & \frac{1}{13} & \frac{1}{26} & \frac{1}{26} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (visine studenata)
$X \sim N(170, 17.64), \sigma = \sqrt{17.64} = 4.2$

   (a) $P(X < 166) \approx P(X^* < -0.95) = P(X^* > 0.95) = 1 - P(X^* < 0.95) =$
   $= 1 - F^*(0.95) \approx 1 - 0.82894 = 0.17106$

   (b) $P(165 < X < 173) \approx P(-1.19 < X^* < 0.71) = F^*(0.71) - F^*(-1.19) =$
   $= F^*(0.71) - (1 - F^*(1.19)) \approx 0.76115 - (1 - 0.88298) \approx 0.76115 - 0.11702 \approx 0.64413$

2. Provodimo lijevi test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.151429-0.17}{0.07}\sqrt{7} \approx -0.701934$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.17$.
kritična vrijednost: $z_{0.05} = -1.64$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
(tj. vrijedi $-1.64 < -0.701934$).

3. (teniske loptice)
Broj stupnjeva slobode je: 5.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 6.78428$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 297$ i $\sigma^2 = 169$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) veći od 299 ($X > 299$);

   (b) između 280 i 324 ($280 < X \leq 324$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.1	0.07	0.12	0.08	0.1	0.06	0.11	0.08	0.11

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	9	14	8	9

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(297, 169), \sigma = \sqrt{169} = 13$

   (a) $P(X > 299) \approx P(X^* > 0.15) = 1 - P(X^* < 0.15) =$
   $= 1 - F^*(0.15) \approx 1 - 0.55962 = 0.44038$

   (b) $P(280 < X < 324) \approx P(-1.31 < X^* < 2.08) = F^*(2.08) - F^*(-1.31) =$
   $= F^*(2.08) - (1 - F^*(1.31)) \approx 0.98124 - (1 - 0.9049) \approx 0.98124 - 0.0951 \approx 0.88614$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.0922222-0.09}{0.05}\sqrt{9} \approx 0.133333$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.09$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.96 < 0.133333 < 1.96$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 2.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 7.815$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 140\text{g}$ i $\sigma^2 = 81\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) manja od 131g ($X \leq 131$);

   (b) između 138g i 149g ($138 < X \leq 149$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.19$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.22	0.22	0.22	0.28	0.28	0.22	0.28

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 89 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	36	10	11	4	15	13

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.025$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(140, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X < 131) \approx P(X^* < -1) = P(X^* > 1) = 1 - P(X^* < 1) =$
   $= 1 - F^*(1) \approx 1 - 0.84134 = 0.15866$

   (b) $P(138 < X < 149) \approx P(-0.22 < X^* < 1) = F^*(1) - F^*(-0.22) =$
   $= F^*(1) - (1 - F^*(0.22)) \approx 0.84134 - (1 - 0.58706) \approx 0.84134 - 0.41294 \approx 0.4284$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.245714-0.19}{0.05}\sqrt{7} \approx 2.94812$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.19$.
   kritična vrijednost: $z_{0.8} = 0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. ne vrijedi $2.94812 < 0.84$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 7.31461$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 479$ml i $\sigma^2 = 100$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 458ml i 492ml napitka ($458 < X \leq 492$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.29$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.26	0.27	0.26	0.28	0.27	0.27

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	24	19	17	18	24	18

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(479, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.1) = 1 - P(X^* < 2.1) =$
       $= 1 - F^*(2.1) \approx 1 - 0.98214 = 0.01786$

   (b) $P(458 < X < 492) \approx P(-2.1 < X^* < 1.3) = F^*(1.3) - F^*(-2.1) =$
       $= F^*(1.3) - (1 - F^*(2.1)) \approx 0.9032 - (1 - 0.98214) \approx 0.9032 - 0.01786 \approx 0.88534$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.268333-0.29}{0.02}\sqrt{6} \approx -2.65361$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.29$.
   kritična vrijednost: $z_{0.2} = -0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-0.84 < -2.65361$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.5$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 86$ i $\sigma^2 = 36$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 85 ($X \leq 85$);
   (b) između 84 i 89 ($84 < X \leq 89$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.22	0.07	0.19	0.1	0.25	0.13	0.25

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 82 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	44	7	11	1	8	11

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(86, 36), \sigma = \sqrt{36} = 6$

   (a) $P(X < 85) \approx P(X^* < -0.17) = P(X^* > 0.17) = 1 - P(X^* < 0.17) =$
   $= 1 - F^*(0.17) \approx 1 - 0.56749 = 0.43251$

   (b) $P(84 < X < 89) \approx P(-0.33 < X^* < 0.5) = F^*(0.5) - F^*(-0.33) =$
   $= F^*(0.5) - (1 - F^*(0.33)) \approx 0.69146 - (1 - 0.6293) \approx 0.69146 - 0.3707 \approx 0.32076$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.172857 - 0.16}{0.04}\sqrt{7} \approx 0.85042$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.16$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.1} = -1.28$, $z_{0.9} = 1.28$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.28 < 0.85042 < 1.28$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 5.53846$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 174$ cm i $\sigma^2 = 23.04$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 178 cm ($X > 178$);

   (b) između 171 cm i 177 cm ($171 < X \leq 177$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.13$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.14	0.14	0.14	0.16	0.15	0.16	0.14	0.14	0.16	0.16

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 160 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	21	23	28	1	27	27	19	14

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (visine studenata)
   $X \sim N(174, 23.04), \sigma = \sqrt{23.04} = 4.8$

   (a) $P(X > 178) \approx P(X^* > 0.83) = 1 - P(X^* < 0.83) =$
   $= 1 - F^*(0.83) \approx 1 - 0.79673 = 0.20327$

   (b) $P(171 < X < 177) \approx P(-0.63 < X^* < 0.63) = F^*(0.63) - F^*(-0.63) =$
   $= F^*(0.63) - (1 - F^*(0.63)) \approx 0.73565 - (1 - 0.73565) \approx 0.73565 - 0.26435 \approx 0.4713$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.149-0.13}{0.08}\sqrt{10} \approx 0.751041$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.13$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $0.751041 < 2.58$).

3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 4)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_7^2 = 28.5$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.013$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 304$ i $\sigma^2 = 121$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) manji od 297 ($X \leq 297$);
   (b) između 288 i 310 ($288 < X \leq 310$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.28$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.22	0.19	0.19	0.22	0.25	0.22	0.25	0.25	0.22

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 92 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	31	10	18	10	14	9

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{24} & \frac{1}{8} & \frac{5}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(304, 121), \sigma = \sqrt{121} = 11$

   (a) $P(X < 297) \approx P(X^* < -0.64) = P(X^* > 0.64) = 1 - P(X^* < 0.64) =$
   $= 1 - F^*(0.64) \approx 1 - 0.73891 = 0.26109$

   (b) $P(288 < X < 310) \approx P(-1.45 < X^* < 0.55) = F^*(0.55) - F^*(-1.45) =$
   $= F^*(0.55) - (1 - F^*(1.45)) \approx 0.70884 - (1 - 0.92647) \approx 0.70884 - 0.07353 \approx 0.63531$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.223333-0.28}{0.07}\sqrt{9} \approx -2.42857$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.28$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.88 < -2.42857$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 16.1296$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 162$g i $\sigma^2 = 25$g^2. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 179g ($X > 179$);
   (b) između 158g i 166g ($158 < X \leq 166$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.28$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.31	0.22	0.31	0.22	0.34	0.22	0.31

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	11	14	9	6

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
$X \sim N(162, 25), \sigma = \sqrt{25} = 5$

   (a) $P(X > 179) \approx P(X^* > 3.4) = 1 - P(X^* < 3.4) =$
   $= 1 - F^*(3.4) \approx 1 - 0.99966 = 0.00034$

   (b) $P(158 < X < 166) \approx P(-0.8 < X^* < 0.8) = F^*(0.8) - F^*(-0.8) =$
   $= F^*(0.8) - (1 - F^*(0.8)) \approx 0.78814 - (1 - 0.78814) \approx 0.78814 - 0.21186 \approx 0.57628$

2. Provodimo obostrani test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.275714-0.28}{0.05}\sqrt{7} \approx -0.226779$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.28$.
kritične vrijednosti: $z_{0.1} = -1.28$, $z_{0.9} = 1.28$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
(tj. vrijedi $-1.28 < -0.226779 < 1.28$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
Broj stupnjeva slobode je: 3.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 3.4$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 7.815$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 455$ml i $\sigma^2 = 400$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 450ml i 467ml napitka ($450 < X \le 467$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.21$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.22	0.23	0.24	0.22	0.22	0.24	0.22	0.24	0.23

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 82 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	32	8	16	13	8	5

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{26} & \frac{3}{26} & \frac{5}{26} & \frac{3}{26} & \frac{1}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.025$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(455, 400), \sigma = \sqrt{400} = 20$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.25) = 1 - P(X^* < 2.25) =$
   $= 1 - F^*(2.25) \approx 1 - 0.98778 = 0.01222$

   (b) $P(450 < X < 467) \approx P(-0.25 < X^* < 0.6) = F^*(0.6) - F^*(-0.25) =$
   $= F^*(0.6) - (1 - F^*(0.25)) \approx 0.72575 - (1 - 0.59871) \approx 0.72575 - 0.40129 \approx 0.32446$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.228889-0.21}{0.04}\sqrt{9} \approx 1.41667$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.21$.
   kritična vrijednost: $z_{0.98} = 2.05$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $1.41667 < 2.05$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 2.48655$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 91$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) veći od 104 ($X > 104$);

   (b) između 90 i 101 ($90 < X \leq 101$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.13	0.15	0.15	0.15	0.13	0.13

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	31	12	25	9	37	6

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(91, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X > 104) \approx P(X^* > 1.63) = 1 - P(X^* < 1.63) =$
   $= 1 - F^*(1.63) \approx 1 - 0.94845 = 0.05155$

   (b) $P(90 < X < 101) \approx P(-0.13 < X^* < 1.25) = F^*(1.25) - F^*(-0.13) =$
   $= F^*(1.25) - (1 - F^*(0.13)) \approx 0.89435 - (1 - 0.55172) \approx 0.89435 - 0.44828 \approx 0.44607$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.14-0.16}{0.07}\sqrt{6} \approx -0.699854$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.16$.
   kritična vrijednost: $z_{0.005} = -2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.58 < -0.699854$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 40.8$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 177$ cm i $\sigma^2 = 23.04$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta
   (a) manja od 173 cm ($X \leq 173$);
   (b) između 176 cm i 182 cm ($176 < X \leq 182$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.15$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.16	0.12	0.18	0.13	0.16	0.13	0.18	0.12	0.16

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 94 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	46	9	10	7	8	14

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{26} & \frac{3}{26} & \frac{3}{26} & \frac{1}{26} & \frac{1}{13} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (visine studenata)
$X \sim N(177, 23.04), \sigma = \sqrt{23.04} = 4.8$

   (a) $P(X < 173) \approx P(X^* < -0.83) = P(X^* > 0.83) = 1 - P(X^* < 0.83) =$
   $= 1 - F^*(0.83) \approx 1 - 0.79673 = 0.20327$

   (b) $P(176 < X < 182) \approx P(-0.21 < X^* < 1.04) = F^*(1.04) - F^*(-0.21) =$
   $= F^*(1.04) - (1 - F^*(0.21)) \approx 0.85083 - (1 - 0.58317) \approx 0.85083 - 0.41683 \approx 0.434$

2. Provodimo obostrani test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.148889-0.15}{0.06}\sqrt{9} \approx -0.0555556$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.15$.
kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
(tj. vrijedi $-1.96 < -0.0555556 < 1.96$).

3. (teniske loptice)
Broj stupnjeva slobode je: 5.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 11.217$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 280$ i $\sigma^2 = 121$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) veći od 286 ($X > 286$);
   (b) između 275 i 295 ($275 < X \leq 295$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.2$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.21	0.22	0.22	0.21	0.23	0.22	0.22	0.23

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 160 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	19	23	21	23	23	9	17	25

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(280, 121), \sigma = \sqrt{121} = 11$

   (a) $P(X > 286) \approx P(X^* > 0.55) = 1 - P(X^* < 0.55) =$
   $= 1 - F^*(0.55) \approx 1 - 0.70884 = 0.29116$

   (b) $P(275 < X < 295) \approx P(-0.45 < X^* < 1.36) = F^*(1.36) - F^*(-0.45) =$
   $= F^*(1.36) - (1 - F^*(0.45)) \approx 0.91309 - (1 - 0.67364) \approx 0.91309 - 0.32636 \approx 0.58673$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.22-0.2}{0.05}\sqrt{8} \approx 1.13137$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.2$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $1.13137 < 2.58$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 9.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.017$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 148$g i $\sigma^2 = 36$g^2. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) manja od 137g ($X \leq 137$);
   (b) između 135g i 156g ($135 < X \leq 156$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.23$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.2	0.2	0.2	0.14	0.14	0.2	0.14	0.2

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 83 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	44	11	11	5	6	6

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{7}{12} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{12} & \frac{1}{24} & \frac{1}{24} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2-**test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(148, 36), \sigma = \sqrt{36} = 6$

   (a) $P(X < 137) \approx P(X^* < -1.83) = P(X^* > 1.83) = 1 - P(X^* < 1.83) =$
   $= 1 - F^*(1.83) \approx 1 - 0.96638 = 0.03362$

   (b) $P(135 < X < 156) \approx P(-2.17 < X^* < 1.33) = F^*(1.33) - F^*(-2.17) =$
   $= F^*(1.33) - (1 - F^*(2.17)) \approx 0.90824 - (1 - 0.985) \approx 0.90824 - 0.015 \approx 0.89324$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.1775-0.23}{0.03}\sqrt{8} \approx -4.94975$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.23$.
   kritična vrijednost: $z_{0.0005} = -3.29$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-3.29 < -4.94975$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 4.74527$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 472$ml i $\sigma^2 = 289$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 470ml i 474ml napitka ($470 < X \leq 474$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.17$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.18	0.16	0.18	0.15	0.18	0.14	0.2	0.15

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	29	29	36	26

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(472, 289), \sigma = \sqrt{289} = 17$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 1.65) = 1 - P(X^* < 1.65) =$
   $= 1 - F^*(1.65) \approx 1 - 0.95053 = 0.04947$

   (b) $P(470 < X < 474) \approx P(-0.12 < X^* < 0.12) = F^*(0.12) - F^*(-0.12) =$
   $= F^*(0.12) - (1 - F^*(0.12)) \approx 0.54776 - (1 - 0.54776) \approx 0.54776 - 0.45224 \approx 0.09552$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.1675-0.17}{0.04}\sqrt{8} \approx -0.176777$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.17$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < -0.176777 < 3.09$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 1.8$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 6.251$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 98$ i $\sigma^2 = 25$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 90 ($X \leq 90$);
   (b) između 89 i 102 ($89 < X \leq 102$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.35	0.29	0.29	0.35	0.35	0.29

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 108 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	44	12	15	13	6	18

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{5}{28} & \frac{1}{14} & \frac{1}{28} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(98, 25), \sigma = \sqrt{25} = 5$

   (a) $P(X < 90) \approx P(X^* < -1.6) = P(X^* > 1.6) = 1 - P(X^* < 1.6) =$
   $= 1 - F^*(1.6) \approx 1 - 0.9452 = 0.0548$

   (b) $P(89 < X < 102) \approx P(-1.8 < X^* < 0.8) = F^*(0.8) - F^*(-1.8) =$
   $= F^*(0.8) - (1 - F^*(1.8)) \approx 0.78814 - (1 - 0.96407) \approx 0.78814 - 0.03593 \approx 0.75221$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.32-0.26}{0.04}\sqrt{6} \approx 3.67423$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.26$.
   kritična vrijednost: $z_{0.998} = 2.88$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. ne vrijedi $3.67423 < 2.88$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 22.0926$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 168$ cm i $\sigma^2 = 10.24$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta
   (a) veća od 170 cm ($X > 170$);
   (b) između 163 cm i 172 cm ($163 < X \leq 172$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.19$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.18	0.16	0.16	0.18	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.18

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	17	21	16	20	25	21

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (visine studenata)
   $X \sim N(168, 10.24), \sigma = \sqrt{10.24} = 3.2$

   (a) $P(X > 170) \approx P(X^* > 0.63) = 1 - P(X^* < 0.63) =$
   $= 1 - F^*(0.63) \approx 1 - 0.73565 = 0.26435$

   (b) $P(163 < X < 172) \approx P(-1.56 < X^* < 1.25) = F^*(1.25) - F^*(-1.56) =$
   $= F^*(1.25) - (1 - F^*(1.56)) \approx 0.89435 - (1 - 0.94062) \approx 0.89435 - 0.05938 \approx 0.83497$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.166-0.19}{0.04}\sqrt{10} \approx -1.89737$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.19$.
   kritična vrijednost: $z_{0.0005} = -3.29$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-3.29 < -1.89737$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.6$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 303$ i $\sigma^2 = 196$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) manji od 295 ($X \leq 295$);

   (b) između 284 i 323 ($284 < X \leq 323$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.21$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.22	0.18	0.24	0.19	0.24	0.2	0.24	0.18

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 81 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	34	15	9	7	8	8

   Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{25} & \frac{1}{5} & \frac{3}{25} & \frac{1}{25} & \frac{3}{25} & \frac{2}{25} \end{pmatrix}$$

   uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(303, 196), \sigma = \sqrt{196} = 14$

   (a) $P(X < 295) \approx P(X^* < -0.57) = P(X^* > 0.57) = 1 - P(X^* < 0.57) =$
   $= 1 - F^*(0.57) \approx 1 - 0.71566 = 0.28434$

   (b) $P(284 < X < 323) \approx P(-1.36 < X^* < 1.43) = F^*(1.43) - F^*(-1.36) =$
   $= F^*(1.43) - (1 - F^*(1.36)) \approx 0.92364 - (1 - 0.91309) \approx 0.92364 - 0.08691 \approx 0.83673$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.21125-0.21}{0.05}\sqrt{8} \approx 0.0707107$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.21$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.00025} = -3.48$, $z_{0.99975} = 3.48$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.48 < 0.0707107 < 3.48$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 5.24205$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 138\mathrm{g}$ i $\sigma^2 = 9\mathrm{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 148g ($X > 148$);
   (b) između 128g i 147g ($128 < X \leq 147$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.29	0.27	0.28	0.27	0.29	0.28	0.27	0.27	0.29

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	17	7	13	10	9	5	9	10

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(138, 9), \sigma = \sqrt{9} = 3$

   (a) $P(X > 148) \approx P(X^* > 3.33) = 1 - P(X^* < 3.33) =$
   $= 1 - F^*(3.33) \approx 1 - 0.99957 = 0.00043$

   (b) $P(128 < X < 147) \approx P(-3.33 < X^* < 3) = F^*(3) - F^*(-3.33) =$
   $= F^*(3) - (1 - F^*(3.33)) \approx 0.99865 - (1 - 0.99957) \approx 0.99865 - 0.00043 \approx 0.99822$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.278889-0.26}{0.07}\sqrt{9} \approx 0.809524$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.26$.
   kritična vrijednost: $z_{0.998} = 2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $0.809524 < 2.88$).

3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 2)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 9.4$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 18.475$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 462\text{ml}$ i $\sigma^2 = 100\text{ml}^2$. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 458ml i 474ml napitka ($458 < X \leq 474$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.17$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.16	0.15	0.15	0.15	0.14	0.14	0.14	0.16	0.15

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 106 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	48	14	18	4	15	7

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{28} & \frac{3}{28} & \frac{5}{28} & \frac{1}{28} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(462, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 3.8) = 1 - P(X^* < 3.8) =$
   $= 1 - F^*(3.8) \approx 1 - 0.99993 = 7e - 05$

   (b) $P(458 < X < 474) \approx P(-0.4 < X^* < 1.2) = F^*(1.2) - F^*(-0.4) =$
   $= F^*(1.2) - (1 - F^*(0.4)) \approx 0.88493 - (1 - 0.65542) \approx 0.88493 - 0.34458 \approx 0.54035$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.148889-0.17}{0.05}\sqrt{9} \approx -1.26667$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.17$.
   kritična vrijednost: $z_{0.05} = -1.64$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-1.64 < -1.26667$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 9.36352$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

ime i prezime: ____

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 114$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 113 ($X \leq 113$);
   (b) između 105 i 121 ($105 < X \leq 121$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.18	0.17	0.17	0.18	0.19	0.19	0.17	0.19

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 60 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	12	10	9	11	10	8

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 174$ cm i $\sigma^2 = 12.25$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 175 cm ($X > 175$);

   (b) između 167 cm i 177 cm ($167 < X \leq 177$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.22$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.2	0.19	0.2	0.19	0.21	0.21	0.19

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 71 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	36	14	7	6	1	7

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{12}{23} & \frac{5}{23} & \frac{3}{23} & \frac{1}{23} & \frac{1}{23} & \frac{1}{23} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2-**test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 292$ i $\sigma^2 = 169$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) manji od 281 ($X \leq 281$);

   (b) između 286 i 304 ($286 < X \leq 304$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.23$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.26	0.17	0.29	0.2	0.26	0.2	0.26

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	7	7	10	12	10	12	10	12

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 162\text{g}$ i $\sigma^2 = 64\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) veća od 172g ($X > 172$);

   (b) između 158g i 168g ($158 < X \leq 168$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.19$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.25	0.25	0.25	0.25	0.22	0.28	0.28	0.22

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 101 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	46	10	17	12	9	7

   Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{3}{5} & \frac{3}{25} & \frac{4}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

   uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 452\text{ml}$ i $\sigma^2 = 576\text{ml}^2$. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 419ml i 486ml napitka ($419 < X \leq 486$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.14$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.12	0.11	0.12	0.12	0.11	0.12	0.11	0.12	0.13

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	14	26	15	25

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 95$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) veći od 103 ($X > 103$);
   (b) između 81 i 100 ($81 < X \leq 100$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.23$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.25	0.22	0.24	0.22	0.26	0.21	0.26	0.22	0.24

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 81 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	41	10	10	10	4	6

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{25} & \frac{3}{25} & \frac{3}{25} & \frac{2}{25} & \frac{2}{25} & \frac{2}{25} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 172$ cm i $\sigma^2 = 22.09$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) manja od 166 cm ($X \leq 166$);

   (b) između 170 cm i 178 cm ($170 < X \leq 178$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.12	0.12	0.11	0.11	0.11	0.1

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 60 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	12	7	10	13	16	2

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 296$ i $\sigma^2 = 100$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) veći od 314 ($X > 314$);
   (b) između 285 i 322 ($285 < X \leq 322$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.13$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.1	0.12	0.12	0.11	0.1	0.1	0.11	0.11	0.12

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 118 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	49	10	19	16	18	6

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{29} & \frac{3}{29} & \frac{5}{29} & \frac{2}{29} & \frac{3}{29} & \frac{1}{29} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 135$g i $\sigma^2 = 49\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) manja od 113g ($X \leq 113$);
   (b) između 122g i 144g ($122 < X \leq 144$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.18$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.2	0.16	0.21	0.16	0.2	0.16	0.19	0.17

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	4	11	10	13	7	15	11	9

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 469$ml i $\sigma^2 = 81$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 450ml i 470ml napitka ($450 < X \leq 470$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.27$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.29	0.28	0.28	0.28	0.3	0.28	0.3

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 84 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	41	9	16	10	4	4

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{27} & \frac{1}{9} & \frac{4}{27} & \frac{1}{9} & \frac{2}{27} & \frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 107$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) manji od 93 ($X \leq 93$);

   (b) između 97 i 119 ($97 < X \leq 119$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.15$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.12	0.06	0.09	0.09	0.12	0.12	0.12	0.12

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	12	5	16	7

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 177$ cm i $\sigma^2 = 20.25$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 180 cm ($X > 180$);

   (b) između 172 cm i 178 cm ($172 < X \leq 178$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.1$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.19	0.07	0.19	0.07	0.19	0.04	0.19	0.04	0.19

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 109 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	37	16	22	7	10	17

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{30} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{15} & \frac{1}{10} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 286$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) manji od 274 ($X \leq 274$);
   (b) između 285 i 304 ($285 < X \leq 304$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.23$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.26	0.24	0.26	0.25	0.24	0.24	0.26

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 180 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	39	20	35	28	25	33

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 136\text{g}$ i $\sigma^2 = 9\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 150g ($X > 150$);
   (b) između 128g i 138g ($128 < X \leq 138$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.13$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.07	0.04	0.1	0.07	0.07	0.04	0.07	0.04	0.1	0.04

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 96 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	43	11	19	13	2	8

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{14}{29} & \frac{4}{29} & \frac{5}{29} & \frac{3}{29} & \frac{1}{29} & \frac{2}{29} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 461$ml i $\sigma^2 = 400$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 427ml i 465ml napitka ($427 < X \leq 465$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.27	0.25	0.27	0.23	0.29	0.24

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	9	7	9	13	6	12	10	14

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 91$ i $\sigma^2 = 49$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) veći od 100 ($X > 100$);

   (b) između 78 i 102 ($78 < X \leq 102$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.27$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.36	0.36	0.3	0.3	0.36	0.36	0.36	0.33

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 95 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	28	14	18	11	9	15

   Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{10}{23} & \frac{3}{23} & \frac{5}{23} & \frac{1}{23} & \frac{2}{23} & \frac{2}{23} \end{pmatrix}$$

   uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 173$ cm i $\sigma^2 = 12.96$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) manja od 169 cm ($X \leq 169$);

   (b) između 166 cm i 180 cm ($166 < X \leq 180$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.25$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.19	0.22	0.19	0.16	0.22	0.16	0.16	0.22

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	19	24	24	13

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 304$ i $\sigma^2 = 225$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) veći od 313 ($X > 313$);

   (b) između 278 i 312 ($278 < X \leq 312$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.17	0.13	0.18	0.15	0.17	0.15	0.18

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 95 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	46	14	13	10	8	4

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{29} & \frac{4}{29} & \frac{5}{29} & \frac{2}{29} & \frac{2}{29} & \frac{1}{29} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 139$g i $\sigma^2 = 36$g^2. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) manja od 124g ($X \leq 124$);

   (b) između 127g i 146g ($127 < X \leq 146$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.23$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.26	0.26	0.26	0.26	0.32	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	20	23	27	20	28	2

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 479\text{ml}$ i $\sigma^2 = 324\text{ml}^2$. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 465ml i 486ml napitka ($465 < X \leq 486$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.2$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.17	0.11	0.17	0.17	0.14	0.17	0.11	0.11	0.11

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 80 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	34	17	12	1	10	6

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{8} & \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{24} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 85$ i $\sigma^2 = 36$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 71 ($X \leq 71$);
   (b) između 80 i 93 ($80 < X \leq 93$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.29	0.23	0.29	0.25	0.27	0.24	0.27	0.24	0.29	0.24

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 240 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	32	26	35	32	30	32	21	32

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 166$ cm i $\sigma^2 = 27.04$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 169 cm ($X > 169$);

   (b) između 161 cm i 173 cm ($161 < X \leq 173$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.13$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.15	0.15	0.16	0.16	0.15	0.16

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 66 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	28	7	8	9	8	6

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{10}{23} & \frac{3}{23} & \frac{3}{23} & \frac{3}{23} & \frac{3}{23} & \frac{1}{23} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 288$ i $\sigma^2 = 81$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) manji od 284 ($X \leq 284$);

   (b) između 287 i 304 ($287 < X \leq 304$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.11$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.09	0.09	0.09	0.09	0.1	0.09	0.09	0.1

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	20	5	11	4

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 146\text{g}$ i $\sigma^2 = 49\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) veća od 147g ($X > 147$);

   (b) između 138g i 153g ($138 < X \leq 153$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.24$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.33	0.15	0.27	0.21	0.27	0.21	0.33	0.21	0.27

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 113 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	50	13	11	13	12	14

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{31} & \frac{4}{31} & \frac{4}{31} & \frac{3}{31} & \frac{3}{31} & \frac{2}{31} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 462$ml i $\sigma^2 = 81$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 427ml i 478ml napitka ($427 < X \leq 478$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.11$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.14	0.2	0.2	0.14	0.14	0.2	0.14	0.2

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	15	16	24	20	23	22

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(114, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X < 113) \approx P(X^* < -0.13) = P(X^* > 0.13) = 1 - P(X^* < 0.13) =$
   $= 1 - F^*(0.13) \approx 1 - 0.55172 = 0.44828$

   (b) $P(105 < X < 121) \approx P(-1.13 < X^* < 0.88) = F^*(0.88) - F^*(-1.13) =$
   $= F^*(0.88) - (1 - F^*(1.13)) \approx 0.81057 - (1 - 0.87076) \approx 0.81057 - 0.12924 \approx 0.68133$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.18-0.16}{0.07}\sqrt{8} \approx 0.808122$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.16$.
   kritična vrijednost: $z_{0.95} = 1.64$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $0.808122 < 1.64$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 1$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(174, 12.25), \sigma = \sqrt{12.25} = 3.5$

   (a) $P(X > 175) \approx P(X^* > 0.29) = 1 - P(X^* < 0.29) =$
   $= 1 - F^*(0.29) \approx 1 - 0.61409 = 0.38591$

   (b) $P(167 < X < 177) \approx P(-2 < X^* < 0.86) = F^*(0.86) - F^*(-2) =$
   $= F^*(0.86) - (1 - F^*(2)) \approx 0.80511 - (1 - 0.97725) \approx 0.80511 - 0.02275 \approx 0.78236$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.198571-0.22}{0.04}\sqrt{7} \approx -1.41737$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.22$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.88 < -1.41737$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 9.83474$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (sunčani dani Hvara)
$X \sim N(292, 169), \sigma = \sqrt{169} = 13$

   (a) $P(X < 281) \approx P(X^* < -0.85) = P(X^* > 0.85) = 1 - P(X^* < 0.85) =$
   $= 1 - F^*(0.85) \approx 1 - 0.80234 = 0.19766$

   (b) $P(286 < X < 304) \approx P(-0.46 < X^* < 0.92) = F^*(0.92) - F^*(-0.46) =$
   $= F^*(0.92) - (1 - F^*(0.46)) \approx 0.82121 - (1 - 0.67724) \approx 0.82121 - 0.32276 \approx 0.49845$

2. Provodimo obostrani test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.234286-0.23}{0.06}\sqrt{7} \approx 0.188982$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.23$.
kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
(tj. vrijedi $-1.96 < 0.188982 < 1.96$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
Broj stupnjeva slobode je: 7.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_7^2 = 3$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 14.067$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(162, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X > 172) \approx P(X^* > 1.25) = 1 - P(X^* < 1.25) =$
   $= 1 - F^*(1.25) \approx 1 - 0.89435 = 0.10565$

   (b) $P(158 < X < 168) \approx P(-0.5 < X^* < 0.75) = F^*(0.75) - F^*(-0.5) =$
   $= F^*(0.75) - (1 - F^*(0.5)) \approx 0.77337 - (1 - 0.69146) \approx 0.77337 - 0.30854 \approx 0.46483$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.25-0.19}{0.02}\sqrt{8} \approx 8.48528$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.19$.
   kritična vrijednost: $z_{0.98} = 2.05$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. ne vrijedi $8.48528 < 2.05$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 27.8738$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(452, 576), \sigma = \sqrt{576} = 24$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2) = 1 - P(X^* < 2) =$
   $= 1 - F^*(2) \approx 1 - 0.97725 = 0.02275$

   (b) $P(419 < X < 486) \approx P(-1.38 < X^* < 1.42) = F^*(1.42) - F^*(-1.38) =$
   $= F^*(1.42) - (1 - F^*(1.38)) \approx 0.9222 - (1 - 0.91621) \approx 0.9222 - 0.08379 \approx 0.83841$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.117778 - 0.14}{0.06}\sqrt{9} \approx -1.11111$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.14$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.88 < -1.11111$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 6.1$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.838$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(95, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X > 103) \approx P(X^* > 1) = 1 - P(X^* < 1) =$
   $= 1 - F^*(1) \approx 1 - 0.84134 = 0.15866$

   (b) $P(81 < X < 100) \approx P(-1.75 < X^* < 0.63) = F^*(0.63) - F^*(-1.75) =$
   $= F^*(0.63) - (1 - F^*(1.75)) \approx 0.73565 - (1 - 0.95994) \approx 0.73565 - 0.04006 \approx 0.69559$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.235556-0.23}{0.02}\sqrt{9} \approx 0.833333$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.23$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < 0.833333 < 3.09$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.9427$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(172, 22.09), \sigma = \sqrt{22.09} = 4.7$

   (a) $P(X < 166) \approx P(X^* < -1.28) = P(X^* > 1.28) = 1 - P(X^* < 1.28) =$
   $= 1 - F^*(1.28) \approx 1 - 0.89973 = 0.10027$

   (b) $P(170 < X < 178) \approx P(-0.43 < X^* < 1.28) = F^*(1.28) - F^*(-0.43) =$
   $= F^*(1.28) - (1 - F^*(0.43)) \approx 0.89973 - (1 - 0.6664) \approx 0.89973 - 0.3336 \approx 0.56613$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.111667-0.09}{0.07}\sqrt{6} \approx 0.758175$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.09$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $0.758175 < 2.58$).

3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 6)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 12.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(296, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 314) \approx P(X^* > 1.8) = 1 - P(X^* < 1.8) =$
   $= 1 - F^*(1.8) \approx 1 - 0.96407 = 0.03593$

   (b) $P(285 < X < 322) \approx P(-1.1 < X^* < 2.6) = F^*(2.6) - F^*(-1.1) =$
   $= F^*(2.6) - (1 - F^*(1.1)) \approx 0.99534 - (1 - 0.86433) \approx 0.99534 - 0.13567 \approx 0.85967$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.11-0.13}{0.05}\sqrt{9} \approx -1.2$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.13$.
   kritična vrijednost: $z_{0.005} = -2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.58 < -1.2$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 14.122$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(135, 49), \sigma = \sqrt{49} = 7$

   (a) $P(X < 113) \approx P(X^* < -3.14) = P(X^* > 3.14) = 1 - P(X^* < 3.14) =$
   $= 1 - F^*(3.14) \approx 1 - 0.99916 = 0.00084$

   (b) $P(122 < X < 144) \approx P(-1.86 < X^* < 1.29) = F^*(1.29) - F^*(-1.86) =$
   $= F^*(1.29) - (1 - F^*(1.86)) \approx 0.90147 - (1 - 0.96856) \approx 0.90147 - 0.03144 \approx 0.87003$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.18125-0.18}{0.06}\sqrt{8} \approx 0.0589256$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.18$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.01} = -2.33$, $z_{0.99} = 2.33$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-2.33 < 0.0589256 < 2.33$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_7^2 = 8.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 14.067$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(469, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 3.44) = 1 - P(X^* < 3.44) =$
   $= 1 - F^*(3.44) \approx 1 - 0.99971 = 0.00029$

   (b) $P(450 < X < 470) \approx P(-2.11 < X^* < 0.11) = F^*(0.11) - F^*(-2.11) =$
   $= F^*(0.11) - (1 - F^*(2.11)) \approx 0.5438 - (1 - 0.98257) \approx 0.5438 - 0.01743 \approx 0.52637$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.287143-0.27}{0.03}\sqrt{7} \approx 1.51186$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.27$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $1.51186 < 2.58$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.67033$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(107, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X < 93) \approx P(X^* < -1.75) = P(X^* > 1.75) = 1 - P(X^* < 1.75) =$
   $= 1 - F^*(1.75) \approx 1 - 0.95994 = 0.04006$

   (b) $P(97 < X < 119) \approx P(-1.25 < X^* < 1.5) = F^*(1.5) - F^*(-1.25) =$
   $= F^*(1.5) - (1 - F^*(1.25)) \approx 0.93319 - (1 - 0.89435) \approx 0.93319 - 0.10565 \approx 0.82754$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.105-0.15}{0.05}\sqrt{8} \approx -2.54558$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.15$.
   kritična vrijednost: $z_{0.2} = -0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-0.84 < -2.54558$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 7.4$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 7.815$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(177, 20.25), \sigma = \sqrt{20.25} = 4.5$

   (a) $P(X > 180) \approx P(X^* > 0.67) = 1 - P(X^* < 0.67) =$
   $= 1 - F^*(0.67) \approx 1 - 0.74857 = 0.25143$

   (b) $P(172 < X < 178) \approx P(-1.11 < X^* < 0.22) = F^*(0.22) - F^*(-1.11) =$
   $= F^*(0.22) - (1 - F^*(1.11)) \approx 0.58706 - (1 - 0.8665) \approx 0.58706 - 0.1335 \approx 0.45356$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.13-0.1}{0.06}\sqrt{9} \approx 1.5$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.1$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.96 < 1.5 < 1.96$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 16.4058$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(286, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X < 274) \approx P(X^* < -1.5) = P(X^* > 1.5) = 1 - P(X^* < 1.5) =$
   $= 1 - F^*(1.5) \approx 1 - 0.93319 = 0.06681$

   (b) $P(285 < X < 304) \approx P(-0.13 < X^* < 2.25) = F^*(2.25) - F^*(-0.13) =$
   $= F^*(2.25) - (1 - F^*(0.13)) \approx 0.98778 - (1 - 0.55172) \approx 0.98778 - 0.44828 \approx 0.5395$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.25-0.23}{0.05}\sqrt{7} \approx 1.0583$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.23$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $1.0583 < 2.58$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 8.13333$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(136, 9), \sigma = \sqrt{9} = 3$

   (a) $P(X > 150) \approx P(X^* > 4.67) = 1 - P(X^* < 4.67) =$
   $= 1 - F^*(4.67) \approx 1 - 1 = 0$

   (b) $P(128 < X < 138) \approx P(-2.67 < X^* < 0.67) = F^*(0.67) - F^*(-2.67) =$
   $= F^*(0.67) - (1 - F^*(2.67)) \approx 0.74857 - (1 - 0.99621) \approx 0.74857 - 0.00379 \approx 0.74478$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.064-0.13}{0.05}\sqrt{10} \approx -4.17421$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.13$.
   kritična vrijednost: $z_{0.0005} = -3.29$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-3.29 < -4.17421$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.73738$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(461, 400), \sigma = \sqrt{400} = 20$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 1.95) = 1 - P(X^* < 1.95) =$
   $= 1 - F^*(1.95) \approx 1 - 0.97441 = 0.02559$

   (b) $P(427 < X < 465) \approx P(-1.7 < X^* < 0.2) = F^*(0.2) - F^*(-1.7) =$
   $= F^*(0.2) - (1 - F^*(1.7)) \approx 0.57926 - (1 - 0.95543) \approx 0.57926 - 0.04457 \approx 0.53469$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.258333-0.26}{0.07}\sqrt{6} \approx -0.0583212$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.26$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.00025} = -3.48$, $z_{0.99975} = 3.48$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.48 < -0.0583212 < 3.48$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 5.6$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.013$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(91, 49), \sigma = \sqrt{49} = 7$

   (a) $P(X > 100) \approx P(X^* > 1.29) = 1 - P(X^* < 1.29) =$
   $= 1 - F^*(1.29) \approx 1 - 0.90147 = 0.09853$

   (b) $P(78 < X < 102) \approx P(-1.86 < X^* < 1.57) = F^*(1.57) - F^*(-1.86) =$
   $= F^*(1.57) - (1 - F^*(1.86)) \approx 0.94179 - (1 - 0.96856) \approx 0.94179 - 0.03144 \approx 0.91035$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.34125-0.27}{0.02}\sqrt{8} \approx 10.0763$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.27$.
   kritična vrijednost: $z_{0.995} = 2.58$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. ne vrijedi $10.0763 < 2.58$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 21.8239$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (visine studenata)
$X \sim N(173, 12.96), \sigma = \sqrt{12.96} = 3.6$
   (a) $P(X < 169) \approx P(X^* < -1.11) = P(X^* > 1.11) = 1 - P(X^* < 1.11) =$
   $= 1 - F^*(1.11) \approx 1 - 0.8665 = 0.1335$
   (b) $P(166 < X < 180) \approx P(-1.94 < X^* < 1.94) = F^*(1.94) - F^*(-1.94) =$
   $= F^*(1.94) - (1 - F^*(1.94)) \approx 0.97381 - (1 - 0.97381) \approx 0.97381 - 0.02619 \approx 0.94762$

2. Provodimo lijevi test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.19-0.25}{0.08}\sqrt{8} \approx -2.12132$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.25$.
kritična vrijednost: $z_{0.0005} = -3.29$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
(tj. vrijedi $-3.29 < -2.12132$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
Broj stupnjeva slobode je: 3.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 4.1$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 6.251$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(304, 225), \sigma = \sqrt{225} = 15$

   (a) $P(X > 313) \approx P(X^* > 0.6) = 1 - P(X^* < 0.6) =$
   $= 1 - F^*(0.6) \approx 1 - 0.72575 = 0.27425$

   (b) $P(278 < X < 312) \approx P(-1.73 < X^* < 0.53) = F^*(0.53) - F^*(-1.73) =$
   $= F^*(0.53) - (1 - F^*(1.73)) \approx 0.70194 - (1 - 0.95818) \approx 0.70194 - 0.04182 \approx 0.66012$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.161429-0.16}{0.07}\sqrt{7} \approx 0.0539949$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.16$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.00025} = -3.48$, $z_{0.99975} = 3.48$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.48 < 0.0539949 < 3.48$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 3.25404$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(139, 36), \sigma = \sqrt{36} = 6$

   (a) $P(X < 124) \approx P(X^* < -2.5) = P(X^* > 2.5) = 1 - P(X^* < 2.5) =$
   $= 1 - F^*(2.5) \approx 1 - 0.99379 = 0.00621$

   (b) $P(127 < X < 146) \approx P(-2 < X^* < 1.17) = F^*(1.17) - F^*(-2) =$
   $= F^*(1.17) - (1 - F^*(2)) \approx 0.879 - (1 - 0.97725) \approx 0.879 - 0.02275 \approx 0.85625$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.281 - 0.23}{0.03}\sqrt{10} \approx 5.37587$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.23$.
   kritična vrijednost: $z_{0.95} = 1.64$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. ne vrijedi $5.37587 < 1.64$).

3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 6)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 22.3$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(479, 324), \sigma = \sqrt{324} = 18$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 1.17) = 1 - P(X^* < 1.17) =$
   $= 1 - F^*(1.17) \approx 1 - 0.879 = 0.121$

   (b) $P(465 < X < 486) \approx P(-0.78 < X^* < 0.39) = F^*(0.39) - F^*(-0.78) =$
   $= F^*(0.39) - (1 - F^*(0.78)) \approx 0.65173 - (1 - 0.7823) \approx 0.65173 - 0.2177 \approx 0.43403$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.14-0.2}{0.04}\sqrt{9} \approx -4.5$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.2$.
   kritična vrijednost: $z_{0.05} = -1.64$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. zato što ne vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. ne vrijedi $-1.64 < -4.5$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 6.075$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(85, 36), \sigma = \sqrt{36} = 6$

   (a) $P(X < 71) \approx P(X^* < -2.33) = P(X^* > 2.33) = 1 - P(X^* < 2.33) =$
   $= 1 - F^*(2.33) \approx 1 - 0.9901 = 0.0099$

   (b) $P(80 < X < 93) \approx P(-0.83 < X^* < 1.33) = F^*(1.33) - F^*(-0.83) =$
   $= F^*(1.33) - (1 - F^*(0.83)) \approx 0.90824 - (1 - 0.79673) \approx 0.90824 - 0.20327 \approx 0.70497$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.261-0.26}{0.08}\sqrt{10} \approx 0.0395285$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.26$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.96 < 0.0395285 < 1.96$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 4.6$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 14.067$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(166, 27.04), \sigma = \sqrt{27.04} = 5.2$

   (a) $P(X > 169) \approx P(X^* > 0.58) = 1 - P(X^* < 0.58) =$
   $= 1 - F^*(0.58) \approx 1 - 0.71904 = 0.28096$

   (b) $P(161 < X < 173) \approx P(-0.96 < X^* < 1.35) = F^*(1.35) - F^*(-0.96) =$
   $= F^*(1.35) - (1 - F^*(0.96)) \approx 0.91149 - (1 - 0.83147) \approx 0.91149 - 0.16853 \approx 0.74296$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.155-0.13}{0.03}\sqrt{6} \approx 2.04124$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.13$.
   kritična vrijednost: $z_{0.98} = 2.05$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $2.04124 < 2.05$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 3.83636$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(288, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X < 284) \approx P(X^* < -0.44) = P(X^* > 0.44) = 1 - P(X^* < 0.44) =$
   $= 1 - F^*(0.44) \approx 1 - 0.67003 = 0.32997$

   (b) $P(287 < X < 304) \approx P(-0.11 < X^* < 1.78) = F^*(1.78) - F^*(-0.11) =$
   $= F^*(1.78) - (1 - F^*(0.11)) \approx 0.96246 - (1 - 0.5438) \approx 0.96246 - 0.4562 \approx 0.50626$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.0925-0.11}{0.07}\sqrt{8} \approx -0.707107$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.11$.
   kritična vrijednost: $z_{0.02} = -2.05$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$. zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt$
   (tj. vrijedi $-2.05 < -0.707107$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 16.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 6.251$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (čips u vrećicama)
$X \sim N(146, 49), \sigma = \sqrt{49} = 7$

   (a) $P(X > 147) \approx P(X^* > 0.14) = 1 - P(X^* < 0.14) =$
   $= 1 - F^*(0.14) \approx 1 - 0.55567 = 0.44433$

   (b) $P(138 < X < 153) \approx P(-1.14 < X^* < 1) = F^*(1) - F^*(-1.14) =$
   $= F^*(1) - (1 - F^*(1.14)) \approx 0.84134 - (1 - 0.87286) \approx 0.84134 - 0.12714 \approx 0.7142$

2. Provodimo obostrani test.
vrijednost testa $vt = \frac{0.25-0.24}{0.08}\sqrt{9} \approx 0.375$
alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.24$.
kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{\frac{1-\alpha}{2}}$
(tj. vrijedi $-3.09 < 0.375 < 3.09$).

3. (teniske loptice)
Broj stupnjeva slobode je: 5.
Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 8.11947$.
Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(462, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 4.22) = 1 - P(X^* < 4.22) =$
   $= 1 - F^*(4.22) \approx 1 - 0.99999 = 1e - 05$

   (b) $P(427 < X < 478) \approx P(-3.89 < X^* < 1.78) = F^*(1.78) - F^*(-3.89) =$
   $= F^*(1.78) - (1 - F^*(3.89)) \approx 0.96246 - (1 - 0.99995) \approx 0.96246 - 5e - 05 \approx 0.96241$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.17-0.11}{0.02}\sqrt{8} \approx 8.48528$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.11$.
   kritična vrijednost: $z_{0.9995} = 3.29$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (tj. ne vrijedi $8.48528 < 3.29$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 3.5$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 464$ml i $\sigma^2 = 196$ml^2. Izračunajte vjerojatnost

   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);

   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 429ml i 494ml napitka ($429 < X \leq 494$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.19$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.1	0.16	0.16	0.13	0.1	0.13	0.1	0.1	0.16	0.16

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 95 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	37	13	17	11	9	8

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{13}{27} & \frac{1}{9} & \frac{4}{27} & \frac{2}{27} & \frac{1}{9} & \frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 86$ i $\sigma^2 = 81$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) veći od 88 ($X > 88$);

   (b) između 72 i 90 ($72 < X \leq 90$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.19$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.21	0.16	0.22	0.16	0.2	0.18	0.2

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 120 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	22	20	17	23	16	22

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 172$ cm i $\sigma^2 = 29.16$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) manja od 170 cm ($X \leq 170$);

   (b) između 167 cm i 176 cm ($167 < X \leq 176$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.12$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.15	0.18	0.15	0.18	0.21	0.15	0.18	0.15	0.15

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 111 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	49	15	17	9	11	10

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{10} & \frac{1}{15} & \frac{1}{10} & \frac{1}{15} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 289$ i $\sigma^2 = 225$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) veći od 314 ($X > 314$);
   (b) između 287 i 296 ($287 < X \leq 296$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.1$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.01	0.01	0.01	0.01	0.07	0.01	0.04	0.01	0.04

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	16	6	16	5	7	5	22	3

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ___________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 152\text{g}$ i $\sigma^2 = 9\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) manja od 142g ($X \leq 142$);
   (b) između 148g i 166g ($148 < X \leq 166$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.21$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.24	0.18	0.24	0.2	0.23	0.19	0.23	0.19	0.24

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 102 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	50	19	12	4	9	8

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{28} & \frac{5}{28} & \frac{3}{28} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & \frac{1}{28} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 478$ml i $\sigma^2 = 100$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 469ml i 493ml napitka ($469 < X \leq 493$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.25	0.22	0.25	0.19	0.25	0.19	0.22	0.22	0.25	0.25

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	27	22	12	19

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 110$ i $\sigma^2 = 49$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 108 ($X \leq 108$);
   (b) između 105 i 111 ($105 < X \leq 111$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.22$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.16	0.13	0.16	0.19	0.19	0.16	0.16	0.13	0.19

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 111 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	35	13	12	16	21	14

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & \frac{4}{27} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{2}{27} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 167$ cm i $\sigma^2 = 31.36$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 173 cm ($X > 173$);

   (b) između 164 cm i 174 cm ($164 < X \leq 174$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerene odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.11$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.14	0.08	0.13	0.08	0.13	0.08	0.14	0.1	0.13

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 180 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	31	22	30	34	31	32

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ____________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 301$ i $\sigma^2 = 64$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini
   (a) manji od 282 ($X \leq 282$);
   (b) između 275 i 316 ($275 < X \leq 316$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.19	0.22	0.25	0.25	0.25	0.22	0.25	0.22	0.19

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 83 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	40	7	13	11	8	4

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{14}{25} & \frac{3}{25} & \frac{3}{25} & \frac{3}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 154\text{g}$ i $\sigma^2 = 25\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 164g ($X > 164$);
   (b) između 152g i 156g ($152 < X \leq 156$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.24$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.15	0.21	0.15	0.15	0.18	0.21	0.21	0.15	0.18	0.18

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 160 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	22	17	20	18	23	17	26	17

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 461$ml i $\sigma^2 = 289$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 455ml i 476ml napitka ($455 < X \leq 476$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.18$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.21	0.09	0.21	0.15	0.27	0.15	0.21	0.12	0.21

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 99 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	37	14	16	12	13	7

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{26} & \frac{2}{13} & \frac{3}{26} & \frac{1}{13} & \frac{1}{26} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 106$ i $\sigma^2 = 81$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) veći od 112 ($X > 112$);
   (b) između 95 i 113 ($95 < X \leq 113$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.14$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.17	0.15	0.16	0.17	0.15	0.15

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	11	16	12	1

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 174$ cm i $\sigma^2 = 39.69$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) manja od 169 cm ($X \leq 169$);

   (b) između 167 cm i 177 cm ($167 < X \leq 177$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.12$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.09	0.09	0.1	0.1	0.09	0.1	0.09	0.11	0.09	0.1

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 72 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	29	15	14	5	5	4

   Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{5}{11} & \frac{2}{11} & \frac{2}{11} & \frac{1}{11} & \frac{1}{22} & \frac{1}{22} \end{pmatrix}$$

   uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 305$ i $\sigma^2 = 196$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) veći od 314 ($X > 314$);

   (b) između 281 i 329 ($281 < X \leq 329$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.16$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.19	0.07	0.19	0.1	0.25	0.1	0.22	0.07

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 60 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	11	12	11	7	13	6

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 160\text{g}$ i $\sigma^2 = 81\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici

   (a) manja od 139g ($X \leq 139$);

   (b) između 159g i 162g ($159 < X \leq 162$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0036$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.11	0.12	0.12	0.11	0.11	0.1	0.11

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 97 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	38	12	14	9	9	15

   Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{25} & \frac{4}{25} & \frac{4}{25} & \frac{3}{25} & \frac{1}{25} & \frac{2}{25} \end{pmatrix}$$

   uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 467$ml i $\sigma^2 = 81\text{ml}^2$. Izračunajte vjerojatnost

   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);

   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 435ml i 474ml napitka ($435 < X \leq 474$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.2$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.11	0.14	0.14	0.17	0.17	0.14	0.14	0.14	0.14	0.17

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 240 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	54	16	40	8	40	14	56	12

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 101$ i $\sigma^2 = 81$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) manji od 88 ($X \leq 88$);
   (b) između 94 i 108 ($94 < X \leq 108$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.28$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.29	0.27	0.31	0.27	0.3	0.27	0.29	0.25	0.29	0.25

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 72 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	36	7	14	1	5	9

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{24} & \frac{1}{8} & \frac{5}{24} & \frac{1}{24} & \frac{1}{12} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 172$ cm i $\sigma^2 = 22.09$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta

   (a) veća od 174 cm ($X > 174$);

   (b) između 168 cm i 177 cm ($168 < X \leq 177$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0004$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.15	0.18	0.18	0.12	0.15	0.18	0.18	0.12

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	8	10	11	11

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 286$ i $\sigma^2 = 144$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) manji od 284 ($X \leq 284$);

   (b) između 262 i 316 ($262 < X \leq 316$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.12$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.002$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.09	0.11	0.09	0.11	0.1	0.09	0.11	0.11	0.11

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 103 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	31	18	18	6	17	13

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{11}{28} & \frac{5}{28} & \frac{5}{28} & \frac{1}{14} & \frac{3}{28} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 137\text{g}$ i $\sigma^2 = 64\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) veća od 146g ($X > 146$);
   (b) između 124g i 143g ($124 < X \leq 143$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.1$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.16	0.04	0.19	0.01	0.19	0.01	0.13	0.07

3. Igraća kockica sa 6 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 6. Jedna takva kockica je bačena 60 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6
f	15	11	12	7	7	8

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 469\text{ml}$ i $\sigma^2 = 49\text{ml}^2$. Izračunajte vjerojatnost

   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);

   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 437ml i 480ml napitka ($437 < X \leq 480$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0016$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.1$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0.13	0.13	0.12	0.11	0.11	0.11

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 93 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	48	19	16	2	5	3

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{28} & \frac{5}{28} & \frac{1}{7} & \frac{1}{28} & \frac{1}{14} & \frac{1}{28} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2-**test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 98$ i $\sigma^2 = 81$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji
   (a) veći od 99 ($X > 99$);
   (b) između 92 i 102 ($92 < X \leq 102$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0009$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.2$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.02$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.17	0.19	0.18	0.18	0.19	0.17	0.18	0.17

3. Igraća "kockica" sa 8 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 8. Jedna takva kockica je bačena 160 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4	5	6	7	8
f	18	24	10	21	28	23	16	20

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: __________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je visina (u cm) studenata veleučilišta normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 170$ cm i $\sigma^2 = 29.16$ cm^2. Izračunajte vjerojatnost da je visina slučajno odabranog studenta veleučilišta
   (a) manja od 167 cm ($X \leq 167$);
   (b) između 166 cm i 176 cm ($166 < X \leq 176$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0025$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.09$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
0.18	0.06	0.12	0.03	0.12	0.06	0.15	0.06	0.12

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrana 111 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	38	20	20	10	9	14

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{3}{7} & \frac{5}{28} & \frac{5}{28} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} & \frac{1}{14} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj sunčanih dana u jednoj godini na otoku Hvaru normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 288$ i $\sigma^2 = 100$. Izračunajte vjerojatnost da je broj sunčanih dana u godini

   (a) veći od 296 ($X > 296$);

   (b) između 268 i 295 ($268 < X \leq 295$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.05$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0.29	0.29	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.29	0.27

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 80 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	29	5	21	25

   Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

ime i prezime: ________________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je masa čipsa kojeg stroj pakira u jednu vrećicu normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 160\text{g}$ i $\sigma^2 = 9\text{g}^2$. Izračunajte vjerojatnost da je masa čipsa u slučajno odabranoj vrećici
   (a) manja od 135g ($X \leq 135$);
   (b) između 153g i 166g ($153 < X \leq 166$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0049$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.29$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.27	0.26	0.26	0.27	0.27	0.28	0.26	0.28

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način je odabrano 87 kutija za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	47	12	13	8	3	4

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{15}{26} & \frac{3}{26} & \frac{3}{26} & \frac{1}{13} & \frac{1}{26} & \frac{1}{13} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.01$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(464, 196), \sigma = \sqrt{196} = 14$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.57) = 1 - P(X^* < 2.57) =$
   $= 1 - F^*(2.57) \approx 1 - 0.99492 = 0.00508$

   (b) $P(429 < X < 494) \approx P(-2.5 < X^* < 2.14) = F^*(2.14) - F^*(-2.5) =$
   $= F^*(2.14) - (1 - F^*(2.5)) \approx 0.98382 - (1 - 0.99379) \approx 0.98382 - 0.00621 \approx 0.97761$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.13-0.19}{0.08}\sqrt{10} \approx -2.37171$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.19$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. vrijedi $-2.88 < -2.37171$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 5.43745$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(86, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 88) \approx P(X^* > 0.22) = 1 - P(X^* < 0.22) =$
   $= 1 - F^*(0.22) \approx 1 - 0.58706 = 0.41294$

   (b) $P(72 < X < 90) \approx P(-1.56 < X^* < 0.44) = F^*(0.44) - F^*(-1.56) =$
   $= F^*(0.44) - (1 - F^*(1.56)) \approx 0.67003 - (1 - 0.94062) \approx 0.67003 - 0.05938 \approx 0.61065$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.19-0.19}{0.08}\sqrt{7} \approx -9.17929e - 16$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.19$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.0025} = -2.81$, $z_{0.9975} = 2.81$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-2.81 < -9.17929e - 16 < 2.81$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.1$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(172, 29.16), \sigma = \sqrt{29.16} = 5.4$

   (a) $P(X < 170) \approx P(X^* < -0.37) = P(X^* > 0.37) = 1 - P(X^* < 0.37) =$
   $= 1 - F^*(0.37) \approx 1 - 0.64431 = 0.35569$

   (b) $P(167 < X < 176) \approx P(-0.93 < X^* < 0.74) = F^*(0.74) - F^*(-0.93) =$
   $= F^*(0.74) - (1 - F^*(0.93)) \approx 0.77035 - (1 - 0.82381) \approx 0.77035 - 0.17619 \approx 0.59416$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.166667-0.12}{0.05}\sqrt{9} \approx 2.8$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.12$.
   kritična vrijednost: $z_{0.9995} = 3.29$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. vrijedi $2.8 < 3.29$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 5.81982$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(289, 225), \sigma = \sqrt{225} = 15$

   (a) $P(X > 314) \approx P(X^* > 1.67) = 1 - P(X^* < 1.67) =$
   $= 1 - F^*(1.67) \approx 1 - 0.95254 = 0.04746$

   (b) $P(287 < X < 296) \approx P(-0.13 < X^* < 0.47) = F^*(0.47) - F^*(-0.13) =$
   $= F^*(0.47) - (1 - F^*(0.13)) \approx 0.68082 - (1 - 0.55172) \approx 0.68082 - 0.44828 \approx 0.23254$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.0233333-0.1}{0.06}\sqrt{9} \approx -3.83333$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.1$.
   kritična vrijednost: $z_{0.05} = -1.64$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-1.64 < -3.83333$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 34$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 20.278$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(152, 9), \sigma = \sqrt{9} = 3$

   (a) $P(X < 142) \approx P(X^* < -3.33) = P(X^* > 3.33) = 1 - P(X^* < 3.33) =$
   $= 1 - F^*(3.33) \approx 1 - 0.99957 = 0.00043$

   (b) $P(148 < X < 166) \approx P(-1.33 < X^* < 4.67) = F^*(4.67) - F^*(-1.33) =$
   $= F^*(4.67) - (1 - F^*(1.33)) \approx 1 - (1 - 0.90824) \approx 1 - 0.09176 \approx 0.90824$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.215556-0.21}{0.05}\sqrt{9} \approx 0.333333$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.21$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < 0.333333 < 3.09$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 7.63007$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(478, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.2) = 1 - P(X^* < 2.2) =$
   $= 1 - F^*(2.2) \approx 1 - 0.9861 = 0.0139$

   (b) $P(469 < X < 493) \approx P(-0.9 < X^* < 1.5) = F^*(1.5) - F^*(-0.9) =$
   $= F^*(1.5) - (1 - F^*(0.9)) \approx 0.93319 - (1 - 0.81594) \approx 0.93319 - 0.18406 \approx 0.74913$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.229-0.16}{0.02}\sqrt{10} \approx 10.9099$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.16$.
   kritična vrijednost: $z_{0.8} = 0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. ne vrijedi $10.9099 < 0.84$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 5.9$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.348$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(110, 49), \sigma = \sqrt{49} = 7$

   (a) $P(X < 108) \approx P(X^* < -0.29) = P(X^* > 0.29) = 1 - P(X^* < 0.29) =$
   $= 1 - F^*(0.29) \approx 1 - 0.61409 = 0.38591$

   (b) $P(105 < X < 111) \approx P(-0.71 < X^* < 0.14) = F^*(0.14) - F^*(-0.71) =$
   $= F^*(0.14) - (1 - F^*(0.71)) \approx 0.55567 - (1 - 0.76115) \approx 0.55567 - 0.23885 \approx 0.31682$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.163333 - 0.22}{0.02}\sqrt{9} \approx -8.5$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.22$.
   kritična vrijednost: $z_{0.02} = -2.05$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-2.05 < -8.5$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 16.6419$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(167, 31.36), \sigma = \sqrt{31.36} = 5.6$

   (a) $P(X > 173) \approx P(X^* > 1.07) = 1 - P(X^* < 1.07) =$
   $= 1 - F^*(1.07) \approx 1 - 0.85769 = 0.14231$

   (b) $P(164 < X < 174) \approx P(-0.54 < X^* < 1.25) = F^*(1.25) - F^*(-0.54) =$
   $= F^*(1.25) - (1 - F^*(0.54)) \approx 0.89435 - (1 - 0.7054) \approx 0.89435 - 0.2946 \approx 0.59975$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.112222-0.11}{0.02}\sqrt{9} \approx 0.333333$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.11$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.1} = -1.28$, $z_{0.9} = 1.28$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.28 < 0.333333 < 1.28$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 2.86667$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(301, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X < 282) \approx P(X^* < -2.38) = P(X^* > 2.38) = 1 - P(X^* < 2.38) =$
   $= 1 - F^*(2.38) \approx 1 - 0.99134 = 0.00866$

   (b) $P(275 < X < 316) \approx P(-3.25 < X^* < 1.88) = F^*(1.88) - F^*(-3.25) =$
   $= F^*(1.88) - (1 - F^*(3.25)) \approx 0.96995 - (1 - 0.99942) \approx 0.96995 - 0.00058 \approx 0.96937$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.226667 - 0.16}{0.02}\sqrt{9} \approx 10$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.16$.
   kritična vrijednost: $z_{0.98} = 2.05$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. ne vrijedi $10 < 2.05$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 9.55594$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(154, 25), \sigma = \sqrt{25} = 5$

   (a) $P(X > 164) \approx P(X^* > 2) = 1 - P(X^* < 2) =$
   $= 1 - F^*(2) \approx 1 - 0.97725 = 0.02275$

   (b) $P(152 < X < 156) \approx P(-0.4 < X^* < 0.4) = F^*(0.4) - F^*(-0.4) =$
   $= F^*(0.4) - (1 - F^*(0.4)) \approx 0.65542 - (1 - 0.65542) \approx 0.65542 - 0.34458 \approx 0.31084$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.177-0.24}{0.03}\sqrt{10} \approx -6.64078$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.24$.
   kritična vrijednost: $z_{0.005} = -2.58$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-2.58 < -6.64078$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 4$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.017$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom
   značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(461, 289), \sigma = \sqrt{289} = 17$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.29) = 1 - P(X^* < 2.29) =$
   $= 1 - F^*(2.29) \approx 1 - 0.98899 = 0.01101$

   (b) $P(455 < X < 476) \approx P(-0.35 < X^* < 0.88) = F^*(0.88) - F^*(-0.35) =$
   $= F^*(0.88) - (1 - F^*(0.35)) \approx 0.81057 - (1 - 0.63683) \approx 0.81057 - 0.36317 \approx 0.4474$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.18-0.18}{0.04}\sqrt{9} \approx 2.08167e - 15$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.18$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.1} = -1.28$, $z_{0.9} = 1.28$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.28 < 2.08167e - 15 < 1.28$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 10.2896$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(106, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$
   (a) $P(X > 112) \approx P(X^* > 0.67) = 1 - P(X^* < 0.67) =$
       $= 1 - F^*(0.67) \approx 1 - 0.74857 = 0.25143$
   (b) $P(95 < X < 113) \approx P(-1.22 < X^* < 0.78) = F^*(0.78) - F^*(-1.22) =$
       $= F^*(0.78) - (1 - F^*(1.22)) \approx 0.7823 - (1 - 0.88877) \approx 0.7823 - 0.11123 \approx 0.67107$
2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.158333-0.14}{0.06}\sqrt{6} \approx 0.748455$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.14$.
   kritična vrijednost: $z_{0.8} = 0.84$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. vrijedi $0.748455 < 0.84$).
3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 4)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 12.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.345$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(174, 39.69), \sigma = \sqrt{39.69} = 6.3$

   (a) $P(X < 169) \approx P(X^* < -0.79) = P(X^* > 0.79) = 1 - P(X^* < 0.79) =$
   $= 1 - F^*(0.79) \approx 1 - 0.78524 = 0.21476$

   (b) $P(167 < X < 177) \approx P(-1.11 < X^* < 0.48) = F^*(0.48) - F^*(-1.11) =$
   $= F^*(0.48) - (1 - F^*(1.11)) \approx 0.68439 - (1 - 0.8665) \approx 0.68439 - 0.1335 \approx 0.55089$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.096-0.12}{0.02}\sqrt{10} \approx -3.79473$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.12$.
   kritična vrijednost: $z_{0.005} = -2.58$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-2.58 < -3.79473$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 2.20417$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(305, 196), \sigma = \sqrt{196} = 14$

   (a) $P(X > 314) \approx P(X^* > 0.64) = 1 - P(X^* < 0.64) =$
   $= 1 - F^*(0.64) \approx 1 - 0.73891 = 0.26109$

   (b) $P(281 < X < 329) \approx P(-1.71 < X^* < 1.71) = F^*(1.71) - F^*(-1.71) =$
   $= F^*(1.71) - (1 - F^*(1.71)) \approx 0.95637 - (1 - 0.95637) \approx 0.95637 - 0.04363 \approx 0.91274$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.14875-0.16}{0.05}\sqrt{8} \approx -0.636396$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.16$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.001} = -3.09$, $z_{0.999} = 3.09$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.09 < -0.636396 < 3.09$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 4$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 12.832$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(160, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X < 139) \approx P(X^* < -2.33) = P(X^* > 2.33) = 1 - P(X^* < 2.33) =$
   $= 1 - F^*(2.33) \approx 1 - 0.9901 = 0.0099$

   (b) $P(159 < X < 162) \approx P(-0.11 < X^* < 0.22) = F^*(0.22) - F^*(-0.11) =$
   $= F^*(0.22) - (1 - F^*(0.11)) \approx 0.58706 - (1 - 0.5438) \approx 0.58706 - 0.4562 \approx 0.13086$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.111429 - 0.09}{0.06}\sqrt{7} \approx 0.944911$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.09$.
   kritična vrijednost: $z_{0.95} = 1.64$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. vrijedi $0.944911 < 1.64$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 15.5703$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(467, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 3.67) = 1 - P(X^* < 3.67) =$
   $= 1 - F^*(3.67) \approx 1 - 0.99988 = 0.00012$

   (b) $P(435 < X < 474) \approx P(-3.56 < X^* < 0.78) = F^*(0.78) - F^*(-3.56) =$
   $= F^*(0.78) - (1 - F^*(3.56)) \approx 0.7823 - (1 - 0.99981) \approx 0.7823 - 0.00019 \approx 0.78211$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.146-0.2}{0.05}\sqrt{10} \approx -3.41526$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.2$.
   kritična vrijednost: $z_{0.02} = -2.05$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-2.05 < -3.41526$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira neparne brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 90.4$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 14.067$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(101, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X < 88) \approx P(X^* < -1.44) = P(X^* > 1.44) = 1 - P(X^* < 1.44) =$
   $= 1 - F^*(1.44) \approx 1 - 0.92507 = 0.07493$

   (b) $P(94 < X < 108) \approx P(-0.78 < X^* < 0.78) = F^*(0.78) - F^*(-0.78) =$
   $= F^*(0.78) - (1 - F^*(0.78)) \approx 0.7823 - (1 - 0.7823) \approx 0.7823 - 0.2177 \approx 0.5646$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.279-0.28}{0.02}\sqrt{10} \approx -0.158114$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.28$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.01} = -2.33$, $z_{0.99} = 2.33$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-2.33 < -0.158114 < 2.33$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_5 = 3.78384$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 16.75$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(172, 22.09), \sigma = \sqrt{22.09} = 4.7$

   (a) $P(X > 174) \approx P(X^* > 0.43) = 1 - P(X^* < 0.43) =$
   $= 1 - F^*(0.43) \approx 1 - 0.6664 = 0.3336$

   (b) $P(168 < X < 177) \approx P(-0.85 < X^* < 1.06) = F^*(1.06) - F^*(-0.85) =$
   $= F^*(1.06) - (1 - F^*(0.85)) \approx 0.85543 - (1 - 0.80234) \approx 0.85543 - 0.19766 \approx 0.65777$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.1575-0.09}{0.02}\sqrt{8} \approx 9.54594$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.09$.
   kritična vrijednost: $z_{0.8} = 0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$ zato što ne vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. ne vrijedi $9.54594 < 0.84$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 0.6$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.348$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.025$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(286, 144), \sigma = \sqrt{144} = 12$

   (a) $P(X < 284) \approx P(X^* < -0.17) = P(X^* > 0.17) = 1 - P(X^* < 0.17) =$
   $= 1 - F^*(0.17) \approx 1 - 0.56749 = 0.43251$

   (b) $P(262 < X < 316) \approx P(-2 < X^* < 2.5) = F^*(2.5) - F^*(-2) =$
   $= F^*(2.5) - (1 - F^*(2)) \approx 0.99379 - (1 - 0.97725) \approx 0.99379 - 0.02275 \approx 0.97104$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.102222-0.12}{0.05}\sqrt{9} \approx -1.06667$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.12$.
   kritična vrijednost: $z_{0.002} = -2.88$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.002$. zato što vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. vrijedi $-2.88 < -1.06667$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 10.0322$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(137, 64), \sigma = \sqrt{64} = 8$

   (a) $P(X > 146) \approx P(X^* > 1.13) = 1 - P(X^* < 1.13) =$
   $= 1 - F^*(1.13) \approx 1 - 0.87076 = 0.12924$

   (b) $P(124 < X < 143) \approx P(-1.63 < X^* < 0.75) = F^*(0.75) - F^*(-1.63) =$
   $= F^*(0.75) - (1 - F^*(1.63)) \approx 0.77337 - (1 - 0.94845) \approx 0.77337 - 0.05155 \approx 0.72182$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.1-0.1}{0.04}\sqrt{8} \approx 0$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.1$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.025} = -1.96$, $z_{0.975} = 1.96$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-1.96 < 0 < 1.96$).

3. (kockice - nije simetrična - generator preferira veće brojeve)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 5.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.07$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(469, 49), \sigma = \sqrt{49} = 7$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 4.43) = 1 - P(X^* < 4.43) =$
   $= 1 - F^*(4.43) \approx 1 - 1 = 0$

   (b) $P(437 < X < 480) \approx P(-4.57 < X^* < 1.57) = F^*(1.57) - F^*(-4.57) =$
   $= F^*(1.57) - (1 - F^*(4.57)) \approx 0.94179 - (1 - 1) \approx 0.94179 - 0 \approx 0.94179$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.118333-0.1}{0.04}\sqrt{6} \approx 1.12268$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.1$.
   kritična vrijednost: $z_{0.95} = 1.64$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. vrijedi $1.12268 < 1.64$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 1.92903$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(98, 81), \sigma = \sqrt{81} = 9$

   (a) $P(X > 99) \approx P(X^* > 0.11) = 1 - P(X^* < 0.11) =$
   $= 1 - F^*(0.11) \approx 1 - 0.5438 = 0.4562$

   (b) $P(92 < X < 102) \approx P(-0.67 < X^* < 0.44) = F^*(0.44) - F^*(-0.67) =$
   $= F^*(0.44) - (1 - F^*(0.67)) \approx 0.67003 - (1 - 0.74857) \approx 0.67003 - 0.25143 \approx 0.4186$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.17875-0.2}{0.03}\sqrt{8} \approx -2.00347$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.2$.
   kritična vrijednost: $z_{0.02} = -2.05$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.02$. zato što vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. vrijedi $-2.05 < -2.00347$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 7.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}^2_7 = 10.5$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 14.067$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (visine studenata)
   $X \sim N(170, 29.16), \sigma = \sqrt{29.16} = 5.4$

   (a) $P(X < 167) \approx P(X^* < -0.56) = P(X^* > 0.56) = 1 - P(X^* < 0.56) =$
   $= 1 - F^*(0.56) \approx 1 - 0.71226 = 0.28774$

   (b) $P(166 < X < 176) \approx P(-0.74 < X^* < 1.11) = F^*(1.11) - F^*(-0.74) =$
   $= F^*(1.11) - (1 - F^*(0.74)) \approx 0.8665 - (1 - 0.77035) \approx 0.8665 - 0.22965 \approx 0.63685$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.1-0.09}{0.05}\sqrt{9} \approx 0.6$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.09$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.0025} = -2.81$, $z_{0.9975} = 2.81$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-2.81 < 0.6 < 2.81$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 7.26426$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (sunčani dani Hvara)
   $X \sim N(288, 100), \sigma = \sqrt{100} = 10$

   (a) $P(X > 296) \approx P(X^* > 0.8) = 1 - P(X^* < 0.8) =$
   $= 1 - F^*(0.8) \approx 1 - 0.78814 = 0.21186$

   (b) $P(268 < X < 295) \approx P(-2 < X^* < 0.7) = F^*(0.7) - F^*(-2) =$
   $= F^*(0.7) - (1 - F^*(2)) \approx 0.75804 - (1 - 0.97725) \approx 0.75804 - 0.02275 \approx 0.73529$

2. Provodimo desni test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.283-0.26}{0.08}\sqrt{10} \approx 0.909155$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu > 0.26$.
   kritična vrijednost: $z_{0.95} = 1.64$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$ zato što vrijedi $vt < z_{1-\alpha}$
   (tj. vrijedi $0.909155 < 1.64$).

3. (kockice - nije simetrična - generator diskriminira broj 2)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 16.6$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 7.815$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.05$.

1. (čips u vrećicama)
   $X \sim N(160, 9), \sigma = \sqrt{9} = 3$

   (a) $P(X < 135) \approx P(X^* < -8.33) = P(X^* > 8.33) = 1 - P(X^* < 8.33) =$
   $= 1 - F^*(8.33) \approx 1 - 1 = 0$

   (b) $P(153 < X < 166) \approx P(-2.33 < X^* < 2) = F^*(2) - F^*(-2.33) =$
   $= F^*(2) - (1 - F^*(2.33)) \approx 0.97725 - (1 - 0.9901) \approx 0.97725 - 0.0099 \approx 0.96735$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.26875-0.29}{0.07}\sqrt{8} \approx -0.85863$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.29$.
   kritična vrijednost: $z_{0.2} = -0.84$.
   Nul hipoteza se ne prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$. zato što ne vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. ne vrijedi $-0.84 < -0.85863$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 2.83448$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 15.086$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.

ime i prezime: ___________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je količina napitka kojeg stroj ulije u čašu volumena 500ml normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 464$ml i $\sigma^2 = 289$ml^2. Izračunajte vjerojatnost
   (a) da će se čaša preliti prilikom punjenja ($X > 500$);
   (b) da će nakon punjenja u čaši biti između 439ml i 470ml napitka ($439 < X \leq 470$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.18$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.2$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0.17	0.17	0.17	0.16	0.15	0.16	0.17

3. Proizvođač loptica za stolni tenis pakira po pet loptica u jednu kutiju. Loptice mogu biti ili ispravne ili neispravne. Radi kontrole kvalitete proizvoda i načina pakiranja loptica potrebno je odrediti teoretsku razdiobu pakiranja neispravnih loptica po kutijama. Na slučajan način su odabrane 93 kutije za koje su dobiveni sljedeći podaci

broj neispravnih loptica x_i	0	1	2	3	4	5
broj kutija f_i	34	13	17	8	8	13

Na ovom uzorku testirajte nulhipotezu da broj neispravnih loptica po kutiji ima **teoretsku razdiobu**

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{11} & \frac{2}{11} & \frac{1}{22} & \frac{1}{22} & \frac{1}{22} \end{pmatrix}$$

uz razinu značajnosti $\alpha = 0.1$. (Uputa: χ^2**-test**, teoretska razdioba zadana.)

Igor Urbiha

ime i prezime: ______________________________

VJEROJATNOST I STATISTIKA – 3. kolokvij

1. Pretpostavimo da je broj vijaka koje stroj pakira u jednu kutiju normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima $\mu = 96$ i $\sigma^2 = 25$. Izračunajte vjerojatnost da je broj vijaka u slučajno odabranoj kutiji

   (a) veći od 101 ($X > 101$);

   (b) između 81 i 108 ($81 < X \leq 108$).

2. Provjeren je rad stroja za proizvodnju matica. U tabeli su popisana izmjerena odstupanja promjera matica od propisane vrijednosti (u mm). Uz pretpostavku da je vrijednost odstupanja normalno distribuirana slučajna varijabla s parametrima μ i $\sigma^2 = 0.0064$, odgovarajućim testom (**ili** lijevim **ili** desnim **ili** obostranim) testirajte hipotezu $H_0 : \mu = 0.26$ uz razinu značajnosti $\alpha = 0.0005$. Navedite alternativnu hipotezu H_1.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.29	0.17	0.32	0.17	0.29	0.23	0.29	0.17

3. Igraća "kockica" sa 4 strana služi kao generator uniformno distribuiranih prirodnih brojeva od 1 do 4. Jedna takva kockica je bačena 40 puta i dobiveni brojevi su predstavljeni sljedećom tabelom frekvencija:

X	1	2	3	4
f	10	9	10	11

Provjerite je li kockica zaista generator uniformno distribuiranih brojeva, tj. je li ona simetrična ("poštena") koristeći χ^2 test s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$. Uputa: provjerite odgovaraju li dobivene frekvencije uniformnoj distribuciji

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Igor Urbiha

1. (napitak u čašama)
   $X \sim N(464, 289), \sigma = \sqrt{289} = 17$

   (a) $P(X > 500) \approx P(X^* > 2.12) = 1 - P(X^* < 2.12) =$
   $= 1 - F^*(2.12) \approx 1 - 0.983 = 0.017$

   (b) $P(439 < X < 470) \approx P(-1.47 < X^* < 0.35) = F^*(0.35) - F^*(-1.47) =$
   $= F^*(0.35) - (1 - F^*(1.47)) \approx 0.63683 - (1 - 0.92922) \approx 0.63683 - 0.07078 \approx 0.56605$

2. Provodimo lijevi test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.164286-0.18}{0.08}\sqrt{7} \approx -0.519701$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu < 0.18$.
   kritična vrijednost: $z_{0.2} = -0.84$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.2$. zato što vrijedi $z_\alpha < vt$
   (tj. vrijedi $-0.84 < -0.519701$).

3. (teniske loptice)
   Broj stupnjeva slobode je: 5.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_5^2 = 29.2043$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 9.236$.
   Budući je vrijednost testa veća od ili jednaka kritičnoj vrijednost, nul hipotezu ne prihvaćamo
   s razinom značajnosti $\alpha = 0.1$.

1. (vijci u kutijama)
   $X \sim N(96, 25), \sigma = \sqrt{25} = 5$

   (a) $P(X > 101) \approx P(X^* > 1) = 1 - P(X^* < 1) =$
   $= 1 - F^*(1) \approx 1 - 0.84134 = 0.15866$

   (b) $P(81 < X < 108) \approx P(-3 < X^* < 2.4) = F^*(2.4) - F^*(-3) =$
   $= F^*(2.4) - (1 - F^*(3)) \approx 0.9918 - (1 - 0.99865) \approx 0.9918 - 0.00135 \approx 0.99045$

2. Provodimo obostrani test.
   vrijednost testa $vt = \frac{0.24125-0.26}{0.08}\sqrt{8} \approx -0.662913$
   alternativna hipoteza je $H_1 : \mu \neq 0.26$.
   kritične vrijednosti: $z_{0.00025} = -3.48$, $z_{0.99975} = 3.48$.
   Nul hipoteza se prihvaća s razinom značajnosti $\alpha = 0.0005$ zato što vrijedi $z_{\frac{\alpha}{2}} < vt < z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
   (tj. vrijedi $-3.48 < -0.662913 < 3.48$).

3. (kockice - simetričan slučaj)
   Broj stupnjeva slobode je: 3.
   Vrijednost testa je jednaka: $\widehat{\chi}_3^2 = 0.2$.
   Kritična vrijednost je jednaka: $c = 11.345$.
   Budući je vrijednost testa manja od kritične vrijednosti, nul hipotezu prihvaćamo s razinom značajnosti $\alpha = 0.01$.