FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

KATEDRA ZA TEHNIČKU TERMODINAMIKU

NEKOLIKO RIJEŠENIH ZADATAKA

za vježbe iz

UVODA U TERMODINAMIKU

ZAGREB, šk. g. 2005/2006.

161. Na ravnoj uspravnoj stijenci visine 1 m i temperature 118 °C kondenzira vodena para tlaka 2 bar.

Treba izračunati srednju vrijednost koeficijenta prijelaza topline na toj stijenci, ako je para:

a) suhozasićena;

b) pregrijana, $\vartheta_p = 140$ °C;

c) mokra, $x = 0{,}9$.

Koliko topline treba odvesti od stijenke rashladnom tvari s druge strane?

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati postupak računanja α_m za kondenzaciju pare na stijenci, te da je on malo ovisan o stanju pare, sve dok je $\Delta h \approx r$. Upozoriti da se sva fizikalna svojstva odnose na kapljevinu (kondenzat), a ne na paru! Upozoriti na relativno veliku vrijednost α_m, čiji se tipični red veličine kreće oko 10 000 W/(m^2 K).

Prema Nusseltovu modelu za "filmsku" kondenzaciju na ravnoj uspravnoj stijenci, srednja vrijednost koeficijenta prijelaza topline α_m računa se s pomoću formule:

$$\alpha_m = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\, \lambda^3\, \Delta h}{4\,\eta\,(\vartheta' - \vartheta_s)H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho\, g\, \lambda^3\, \Delta h}{4\,\nu\,(\vartheta' - \vartheta_s)H}}$$

u kojoj se sva fizikalna svojstva (ρ, λ, η) uzimaju za nastali kondenzat, a ne za paru! Treba paziti na mjerne jedinice: sve se uvrštavaju u osnovnim (koherentnim) jedinicama!

a) Para je suhozasićena, $\Delta h = r = 2200$ kJ/kg $= 2200 \cdot 10^3$ J/kg:

Filmska kondenzacija na ravnoj uspravnoj stijenci

$$\alpha_{m,a} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\, \lambda^3\, \Delta h_a}{4\,\eta\,(\vartheta' - \vartheta_s)H}} =$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}5^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}685^3 \cdot 2200 \cdot 10^3}{4 \cdot 235 \cdot 10^{-6} \cdot (120{,}23 - 118) \cdot 1}} = 9820 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

- kondenzat (voda)

Topl. tablice, str.17

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta' + \vartheta_s}{2} = \frac{120{,}23 + 118}{2} =$$

$$= 119{,}12 \text{ °C} \cong 120 \text{ °C}$$

$\rho = 943{,}5$ kg/m^3

$\lambda = 0{,}685$ W/(m K)

$\eta = 235 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku:

$$q_a = \alpha_{m,a}(\vartheta' - \vartheta_s) = 9820 \cdot (120{,}23 - 118) = 21\,900 \text{ W/m}^2$$

b) Para je pregrijana, $\Delta h = h_{pp} - h_{vk} = 2748 - 504{,}52 = 2243{,}5$ kJ/kg = $2243{,}5 \cdot 10^3$ J/kg (h_{pp} iz h,s-dijagrama za vodenu paru ili tablica za vodu i pregrijanu vodenu paru, npr. Kraut, Ražnjević i sl., h_{vk} iz Toplinskih tablica, str. 9)

$$\alpha_{m,b} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\, \lambda^3\, \Delta h_b}{4\,\eta\,(\vartheta' - \vartheta_s) H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}5^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}685^3 \cdot 2243{,}5 \cdot 10^3}{4 \cdot 235 \cdot 10^{-6} \cdot (120{,}23 - 118) \cdot 1}} = 9871\ \text{W/(m}^2\,\text{K)}\,.$$

Uočite da se je u odnosu na slučaj a) promijenila vrijednost Δh, ali je razlika temperatura (120,23 – 118) ostala ista. Razlog je u tome što kilogram pregrijane pare koja kondenzira oslobađa *više topline* nego kilogram suhozasićene pare, ali obje kondenziraju na istoj temperaturi ako su pod istim tlakom (2 bar).

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku malo je veća:

$$q_b = \alpha_{m,b}(\vartheta' - \vartheta_s) = 9871 \cdot (120{,}23 - 118) = 22\,012\ \text{W/m}^2,$$

ali je važno uočiti da se ona opet računa s razlikom temperatura ($\vartheta' - \vartheta_s$), a ne ($\vartheta_{pp} - \vartheta_s$)!

c) Para je mokra, $x = 0{,}9$, $\Delta h = h_{mp} - h_{vk} = x \cdot r = 0{,}9 \cdot 2200 = 1980$ kJ/kg = $1980 \cdot 10^3$ J/kg :

$$\alpha_{m,c} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\, \lambda^3\, \Delta h_c}{4\,\eta\,(\vartheta' - \vartheta_s) H}} = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{943{,}5^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}685^3 \cdot 1980 \cdot 10^3}{4 \cdot 235 \cdot 10^{-6} \cdot (120{,}23 - 118) \cdot 1}} = 9568\ \text{W/(m}^2\,\text{K)}$$

Ovdje se je smanjila vrijednost Δh pa je i $\alpha_{m,c}$ manji. Kilogram *mokre* pare pri kondenzaciji oslobađa *manje topline* nego kilogram suhozasićene pare.

Gustoća toplinskog toka odvedenoga kroz stijenku manja je:

$$q_c = \alpha_{m,c}(\vartheta' - \vartheta_s) = 9568 \cdot (120{,}23 - 118) = 21\,336\ \text{W/m}^2\,.$$

Činjenica da je (vidi izvod!) koeficijent prijelaza topline α_m povezan s razlikom temperatura ($\vartheta' - \vartheta_s$) i onda kad se radi o kondenzaciji pregrijane pare, znači da je ta razlika mjerodavna i za računanje toplinskog toka, a to opet znači da je tom temperaturom ϑ' određen toplinski tok i onda kad se u obzir uzimaju i ostali toplinski otpori (primjerice s koeficijentom prolaza topline k)!

☺

162. Oko vodoravne čelične cijevi promjera 40/50 mm mirujuća je pregrijana vodena para stanja 2 bar i 160 °C.

Izračunajte toplinski tok koji ta para predaje stijenci cijevi (po metru njene duljine) za dva slučaja, i to:

a) temperatura vanjske površine cijevi je 130 °C;

b) temperatura vanjske površine cijevi je 118 °C.

Za koliko se (po metru cijevi) promijeni temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev u količini 2,5 kg/s, u obadva slučaja?

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Upozoriti da kondenzacije nema ako je temperatura stijenke iznad temperature zasićenja pare za tlak pod kojim se nalazi! U tom se slučaju para može na stijenci i hladiti (ako je $\vartheta_s < \vartheta_{pp}$) kao običan plin, bez kondenzacije. Naravno da je temperatura stijenke određena intenzitetom njena hlađenja s druge strane - niža se temperatura postiže jačim hlađenjem.)

a) $\vartheta_s = 130$ °C > $\vartheta' = 120{,}23$ °C - kondenzacije nema, a kako para "miruje", konvekcija je slobodna!

Slobodna konvekcija, vodoravna cijev

$$\mathrm{Gr} = \frac{\rho_s - \rho_o}{\rho_s}\frac{g\, d_v^3}{\nu_s^2} = \frac{1{,}078 - 0{,}995}{1{,}078}\frac{9{,}81 \cdot 0{,}05^3}{\left(12{,}87 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 5{,}7 \cdot 10^5$$

(Uočiti da gustoća pare nije zamijenjena temperaturom, jer se para ne ponaša kao idealni plin! Prvi razlomak iznosi 0,077, a s temperaturama bi se dobilo 0,069!)

Kako je očito (Gr·Pr) > 1000, vrijedi izraz:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_a d_v}{\lambda} = 0{,}41 \sqrt[4]{\mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr}} = 0{,}41 \sqrt[4]{5{,}7 \cdot 10^5 \cdot 1{,}05} = 11{,}4$$

$$\alpha_a = \frac{\mathrm{Nu}\,\lambda}{d_v} = \frac{11{,}4 \cdot 0{,}028}{0{,}05} = 6{,}39 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

(Za *plinove* uobičajeno mala vrijednost!)

- vodena para (~2 bara)
Topl. tablice, str.18 i 19

$\vartheta_s = 130$ °C
$\rho = 1{,}078$ kg/m^3
$\eta = 13{,}88 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2
$\nu = 12{,}87 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

$\vartheta_s = 160$ °C
$\rho = 0{,}995$ kg/m^3

$$\vartheta_m = \frac{160 + 130}{2} = 145 \text{ °C}$$

$c_p = 2{,}041$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}028$ W/(m K)
$\eta = 14{,}42 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2
$Pr = 1{,}05$

Toplinski tok po metru duljine cijevi prilično je malen:

$$\frac{\Phi_a}{L} = \alpha_a d_v \pi \left(\vartheta_p - \vartheta_s\right) = 6{,}39 \cdot 0{,}05 \cdot \pi \cdot (160 - 130) = 30{,}1 \text{ W/m},$$

a određen je razlikom temperatura pare i stijenke kao za svaku "običnu" konvekciju.

Temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev promijeni se (poveća) samo za:

$$\Delta\vartheta_{w,a} = \frac{\Phi_a / L}{q_m c_w} = \frac{30{,}1 \text{ W/m}}{2{,}5 \cdot 4187 \text{ W/K}} = 0{,}00288 \text{ °C/m (ili K/m)}.$$

a) $\vartheta_s = 118$ °C < $\vartheta' = 120{,}23$ °C - kondenzacija nastupa.

Prema Nusseltovu modelu za "filmsku" kondenzaciju na vodoravnoj cijevi, srednja vrijednost koeficijenta prijelaza topline α_m računa se s pomoću formule:

$$\alpha_m = \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\ \lambda^3\ \Delta h}{4\eta(\vartheta'\text{-}\vartheta_s)d_v}} = \sqrt[4]{\frac{\rho\ g\ \lambda^3\ \Delta h}{4\nu(\vartheta'\text{-}\vartheta_s)d_v}},$$

koja se razlikuje od modela ravne uspravne stijenke po tome što ne sadrži broj 4/3 ispred korijena, a umjesto visine H pojavljuje se vanjski promjer cijevi d_v.

Para je pregrijana, $\Delta h = h_{pp} - h_{vk} = 2790 - 504{,}52 = 2285{,}5$ kJ/kg = $2285{,}5 \cdot 10^3$ J/kg

Filmska kondenzacija na vodoravnoj cijevi (izvana)

$$\alpha_{m,b} = \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g\ \lambda^3\ \Delta h}{4\eta(\vartheta'\text{-}\vartheta_s)d_v}} =$$

$$\sqrt[4]{\frac{943{,}5^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}685^3 \cdot 2285{,}5 \cdot 10^3}{4 \cdot 235 \cdot 10^{-6} \cdot (120{,}23 - 118) \cdot 0{,}05}} = 15\,730\ \text{W/(m}^2\text{K)}$$

- kondenzat (voda)

Topl. tablice, str.17

$$\vartheta_m = \frac{\vartheta' + \vartheta_s}{2} = \frac{120{,}23 + 118}{2} =$$

$$= 119{,}12\ \text{°C} \cong 120\ \text{°C}$$

$\rho = 943{,}5$ kg/m^3

$\lambda = 0{,}685$ W/(m K)

$\eta = 235 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2

Toplinski tok po metru duljine cijevi sad je (zbog definicije α) određen razlikom temperatura (ϑ' - ϑ_s):

$$\frac{\Phi_b}{L} = \alpha_{m,b}\ d_v \pi(\vartheta' - \vartheta_s) = 15\,730 \cdot 0{,}05 \cdot \pi(120{,}23 - 118) = 5510\ \text{W/m}.$$

i bitno je veći, pa se temperatura rashladne vode koja struji kroz cijev promijeni (poveća) za:

$$\Delta\vartheta_{w,b} = \frac{\Phi_b / L}{q_m c_w} = \frac{5510\ \text{W/m}}{2{,}5 \cdot 4187\ \text{W/K}} = 0{,}526\text{°C/m (ili K/m)}$$

Dakle, pokazuje se da (pregrijana) para *ne mora* nužno kondenzirati na stijenci! Kad je hlađenje stijenke slabo, može se dogoditi da stijenka bude hladnija od same pregrijane pare, ali iznad temperature zasićenja za zadani tlak. Tek kad je stijenka dovoljno intenzivno hladi, može doći do kondenzacije. ☺

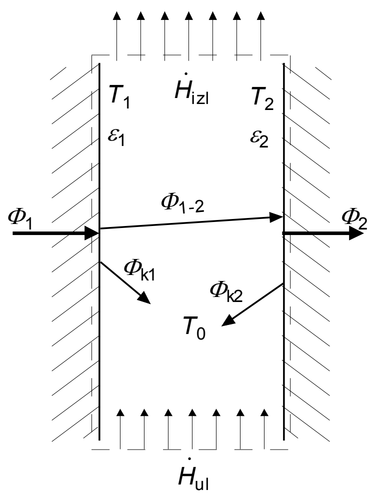
181. Dvije paralelne stijenke imaju površinu 2 m^2 svaka. Toplija je stijenka čelični lim ($\varepsilon = 0{,}8$) temperature 100 °C, a hladnija je stijenka napravljena od stakla i ima temperaturu 20 °C. Kroz međuprostor struji 3 kg/s zraka temperature 15 °C. Koeficijent konvektivnog prijelaza topline na površini jedne i druge ploče je α_k = 20 W/(m^2 K).

Koliko se toplinskog toka izmijeni zračenjem između tih ploča? Koliki su konvektivno izmijenjeni toplinski tokovi na jednoj i drugoj ploči? Koliki toplinski tok treba izvana dovesti toplijoj ploči i odvesti od hladnije, da bi se održale njihove zadane temperature kao stalne? Koliko energije odnosi zrak iz sustava i za koliko mu se mijenja temperatura?

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati istodobnu izmjenu topline konvekcijom i zračenjem, neovisnost samih mehanizama izmjene topline, ali i povezanost preko prvoga glavnog stavka.)

Istodobna izmjena topline i zračenjem i konvekcijom na nekoj površini može nastupiti samo onda, kad je uz nju plin različite temperature, a suočena je sa stijenkama različite temperature. Zbog prozirnosti plinova za elektromagnetske zrake moguća je izmjena topline zračenjem s drugim stijenkama, a zbog dodira stijenke s plinom, nastupa i izmjena topline konvekcijom između stijenke i plina.

Kad su u sustavu *zadane sve temperature* (kao ovdje), svi se toplinski tokovi mogu izračunati izravno. U suprotnom, kad temperatura jednog člana sustava (načelno može i više njih, ali je tada računski postupak izuzetno zamršen!) nije poznata, do rješenja se dolazi iteracijom, a prvi je korak naći za člana sustava čija je temperatura nepoznata onu ravnotežnu temperaturu s kojom taj član prima i predaje isti toplinski tok. Tek tada se, ako treba, mogu izračunati toplinski tokovi.



U zadanom primjeru toplija ploča temperature T_1 predaje toplinu zračenjem hladnijoj stijenci "2" i konvekcijom hladnijem zraku temperature T_0.

Kod modela paralelnih stijenki kao površina za izmjenu topline računa se površina samo jedne ploče!

Toplinski tok izmijenjen zračenjem između stijenki 1 i 2:

$$\Phi_{12} = \frac{A\,C_c}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= \frac{2 \cdot 5{,}67}{\dfrac{1}{0{,}8} + \dfrac{1}{0{,}893} - 1}\left[(3{,}73)^4 - (2{,}93)^4\right] = 992 \text{ W}$$

Emisijski faktor stakla: $\varepsilon_2 = 0{,}95 \cdot \varepsilon_n = 0{,}95 \cdot 0{,}94 = 0{,}893$ (staklo je *glatka nemetalna površina*).

Stijenka "1" konvekcijom predaje toplinski tok hladnijem zraku:

$$\Phi_{k1} = \alpha_k\; A_1\,(T_1 - T_o) = 20 \cdot 2\,(100 - 15) = 3400 \text{ W}\,.$$

Zrak je hladniji i od stijenke "2", pa i od nje prima toplinski tok:

$$\Phi_{k2} = \alpha_k\; A_2\,(T_2 - T_o) = 20 \cdot 2\,(20 - 15) = 200 \text{ W}\,.$$

Da bi se održalo stacionarno stanje i zadane temperature, toplija stijenka mora s "lijeve" strane od nekoga primiti onoliko toplinskog toka, koliko ga predaje nadesno:

$$\Phi_1 = \Phi_{1\text{-}2} + \Phi_{k1} = 992 + 3400 = 4392 \text{ W},$$

a od hladnije ploče, koja s lijeva prima toplinski tok:

$$\Phi_2 = \Phi_{1\text{-}2} - \Phi_{k2} = 992 - 200 = 792 \text{ W},$$

treba isto toliko odvesti nekim rashladnim sredstvom s desne strane. Ako se to ne bi dogodilo, članu koji primi više topline nego što preda - temperatura raste, a ako manje primi i više preda - temperatura pada. Promjena temperature u vremenu znači da stanje *nije stacionarno*.

Zrak odnosi iz sustava toplinski tok primljen konvekcijom, i to kao svoju entalpiju (strujanje):

$$\Phi_z = \Phi_{k1} + \Phi_{k2} = 3400 + 200 = 3600 \text{ W} = q_{m,z} (h_{izl} - h_{ul})$$

Isti se rezultat dobije i kad se promatra sustav kao cjelina (crtkana crta):

$$\Phi_z = \Phi_1 + \Phi_2 = 4392 - 792 = 3600 \text{ W} = q_{m,z} (h_{izl} - h_{ul}),$$

pa je promjena temperature zraka:

$$\Delta\vartheta_z = \frac{\Phi_z}{q_{m,z}\, c_p} = \frac{3600}{3 \cdot 1005} = 1{,}194 \ \text{°C} .$$

(Prešutno pretpostavljamo da ova promjena temperature zraka <u>neće bitno utjecati</u> (?) na izraze za toplinski tok Φ_{k1} i Φ_{k2} , kao ni na pretpostavku da su temperature T_1 i T_2 <u>jednoliko raspoređene</u> po cijeloj površini dotičnih ploča! ☺

182. Električna grijalica ima oblik vodoravnog valjka ($\varepsilon = 0{,}8$) promjera 15 mm i duljine 50 cm. Grijalica se nalazi u velikoj prostoriji čiji zidovi imaju temperaturu 18 °C, a u dodiru je s mirujućim zrakom temperature 21 °C.

a) Koliko se električne snage smije dovesti toj grijalici, da temperatura njene površine ne prijeđe 400 °C?

b) Ako bi se uz tako dimenzioniranu grijalicu (s gore izračunatom snagom, tj. toplinskim tokom) postavio ventilator, tako da puše zrak okomito na grijalicu brzinom 1 m/s, kolika bi se ustalila temperatura površine grijalice?

Za izračunavanje koeficijenta konvektivnoga prijelaza topline pod b) može se pretpostaviti temperatura stijenke (površine grijalice) $\vartheta_s = 320$ °C!

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati postupak računanja u slučaju kad su sve temperature zadane i u slučaju kad temperatura jednog člana sustava nije poznata. Upozoriti na rastući udio toplinskog toka izmijenjenog zračenjem kod viših temperatura.).

a) Temperatura (površine) grijalice je zadana: $\vartheta_s = 400$°C (= 673 K). Kako je grijalica <u>najtopliji član sustava,</u> ona očito predaje toplinski tok svim ostalim sudionicima - zidovima (zračenjem) i zraku (konvekcijom). "Mirujući zrak" u prostoriji sugerira *slobodnu konvekciju*.

<u>Slobodna konvekcija, vodoravna cijev</u>

$$Gr = \frac{T_s - T_o}{T_o}\frac{g\,d^3}{\nu_s^2} = \frac{673-294}{294}\frac{9{,}81\cdot 0{,}015^3}{\left(64{,}57\cdot 10^{-6}\right)^2} = 10\,237$$

$$Nu = \frac{\alpha_{k,a}\,d}{\lambda} = 0{,}38\sqrt[4]{Gr} = 0{,}38\sqrt[4]{10\,237} = 3{,}82$$

$$\alpha_{k,a} = \frac{Nu\,\lambda}{d} = \frac{3{,}82\cdot 0{,}0376}{0{,}015} = 9{,}58\ \mathrm{W/(m^2K)}$$

- zrak
Topl. tablice, str.16
<u>$\vartheta_s = 400$°C</u>
$\nu = 64{,}57\cdot 10^{-6}$ m^2/s

$$\vartheta_m = \frac{400+21}{2} \cong 210°\mathrm{C}$$

$\lambda = 0{,}0376$ W/(m K)

Površina grijalice: $A = d\,\pi\,L = 0{,}015\cdot\pi\cdot 0{,}5 = 0{,}02356$ m^2.

Toplinski tok koji grijalica predaje zraku konvekcijom:

$\Phi_{k,a} = \alpha_{k,a}\,A\,(T_s - T_o) = 9{,}58\cdot 0{,}02356\cdot(400 - 21) = 85{,}56$ W (28,8% od ukupnog)

Toplinski tok koji grijalica predaje zidovima zračenjem:

$$\Phi_{zr,a} = \varepsilon\,A\,C_c\left[\left(\frac{T_s}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_z}{100}\right)^4\right] = 0{,}8\cdot 0{,}02356\cdot 5{,}67\cdot\left[(6{,}73)^4 - (2{,}91)^4\right] = 211{,}46\ \mathrm{W}$$

ili 71,2% od ukupno odanog toplinskog toka. Ukupni je toplinski tok:

$\Phi_{uk} = \Phi_{k,a} + \Phi_{zr,a} = 85{,}56 + 211{,}46 = 297$ W.

b) Zadana brzina nastrujavanja zraka na grijalicu $w = 1$ m/s (prisilna konvekcija - ventilator!) sigurno je veća nego kod slobodne konvekcije. Ostane li toplinski tok doveden električnom strujom ("Jouleova toplina") <u>isti</u> kao pod a), ustalit će se <u>niža</u> temperatura površine grijalice zbog povećanog koeficijenta α. Zadana pretpostavka $\vartheta_s \cong 320$°C <u>samo</u> omogućava očitavanje toplinskih svojstava zraka iz tablice - s tim se podatkom <u>ne smiju računati toplinski tokovi!</u>

Prisilna konvekcija, strujanje okomito na cijev

$$Re = \frac{w\,d}{\nu} = \frac{1\cdot 0{,}015}{31{,}76\cdot 10^{-6}} = 472\,; \qquad 40 < Re < 4000$$

$K = 0{,}689$; $K_\mathrm{L} = 0{,}615$; $m = 0{,}466$

$$Nu = \frac{\alpha_\mathrm{k,b}\, d}{\lambda} = K\, Re^m\, Pr^{1/3} = 0{,}689\cdot 472^{0{,}466}\, 0{,}721^{1/3} = 10{,}89$$

$$\alpha_\mathrm{k,b} = \frac{Nu\,\lambda}{d} = \frac{10{,}89\cdot 0{,}03505}{0{,}015} = 25{,}45\ \mathrm{W/(m^2K)}$$

- zrak, T. tabl. str.16.

$$\vartheta_\mathrm{m} = \frac{320+21}{2} \cong 170°\mathrm{C}$$

$\rho = 0{,}772$ kg/m^3
$c_\mathrm{p} = 1{,}031$ kJ/(kg K)
$\lambda = 0{,}03505$ W/(m K)
$\nu = 31{,}76\cdot 10^{-6}$ m^2/s
$Pr = 0{,}721$

Naravno da i u slučaju b) vrijedi zakon održanja energije: $\Phi_\mathrm{uk} = \Phi_\mathrm{k,b} + \Phi_\mathrm{zr,b} = 297$ W, samo što pojedinačne vrijednosti $\Phi_\mathrm{k,b}$ i $\Phi_\mathrm{zr,b}$ nisu još poznate, zbog nepoznate temperature $T_\mathrm{s,b}$.

$$\Phi_\mathrm{uk} = \alpha_\mathrm{k,b}\, A\left(T_\mathrm{s,b} - T_\mathrm{o}\right) + \varepsilon\, A\, C_\mathrm{c}\left[\left(\frac{T_\mathrm{s,b}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_\mathrm{z}}{100}\right)^4\right] = 297\ \mathrm{W}\,.$$

Uvrštavanjem brojčanih vrijednosti u gornju jednadžbu dobije se jednadžba:

$$1{,}0681\cdot 10^{-9}\left(T_\mathrm{s,b}\right)^4 + 0{,}59954\cdot T_\mathrm{s,b} - 480{,}94 = 0$$

koja se može riješiti samo numerički, i to bilo kojim od poznatih postupaka (npr. Newtonovom metodom, metodom sekante i sl.).
Zamislimo da se ovdje radi o nekoj funkciji Y, čiju nul-točku tražimo:

$$Y = 1{,}0681\cdot 10^{-9}\left(T_\mathrm{s,b}\right)^4 + 0{,}59954\cdot T_\mathrm{s,b} - 480{,}94 = 0$$

Kako iz matematike znamo, funkcija četvrtog stupnja ima <u>četiri korijena:</u> ili četiri realna broja, ili četiri (dva para) konjugirano kompleksna korijena, ili dva realna i dva konjugirano kompleksna korijena. Kako su za temperaturu smisleni samo realni brojevi, konjugirano kompleksni korijeni otpadaju i moraju postojati barem dva realna korijena. No s fizikalnog stanovišta nemoguće su <u>dvije</u> (ili čak četiri?) temperature kao rješenje. To znači da je samo jedan broj moguć kao fizikalno rješenje, a drugi mora biti matematički ispravan korijen, ali <u>fizikalno besmislen broj</u> (dakle, *negativna* termodinamička temperatura).

Najjedostavniji je postupak rješavanja puko uvrštavanje brojeva u gornju jednadžbu, počevši od nekog suvislog broja (ovdje je logično početi od 320°C!). Pritom predznak Y odmah pokazuje da li je uvršteni broj za $T_\mathrm{s,b}$ *premalen* (Y negativan) ili *prevelik* (Y pozitivan). Iterirati treba dok se ne dobije dovoljno točan rezultat (nema jednoznačnog odgovora što to znači, ali rijetko ima smisla iterirati dalje od desetinke stupnja, a gotovo nikada dalje od stotinke).

$T_\mathrm{s,b}$	Y
593	+6,66
590	+2,2
589	+0,737
588,6	+0,149
588,5	+0,0017

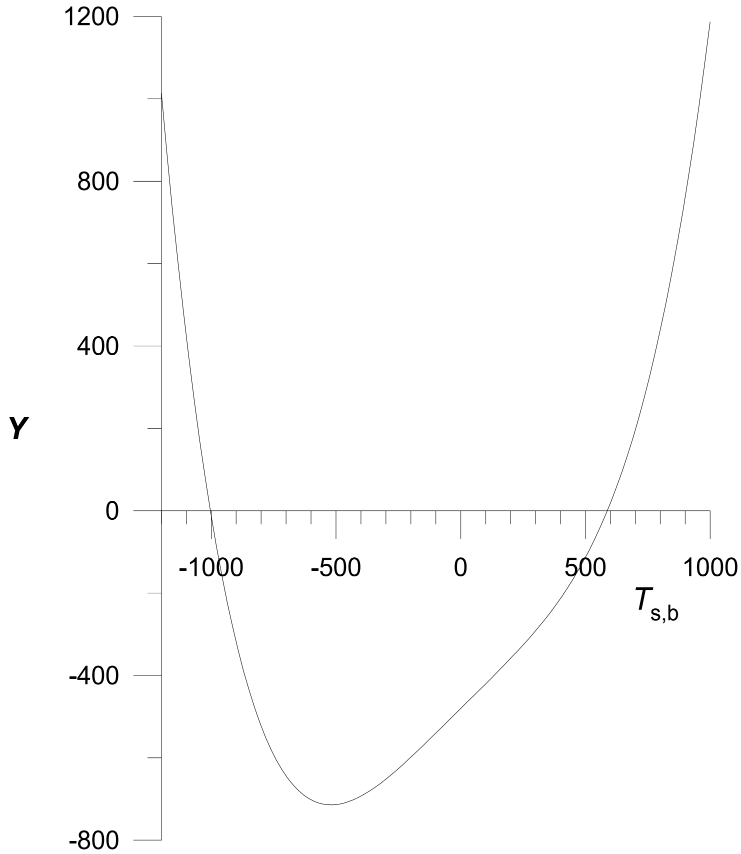
Usvojeno je: $T_\mathrm{s,b} = 588{,}5$ K (= 315,5°C).

S tom temperaturom dobiju se, vraćanjem u polazne izraze za toplinski tok:

$\Phi_\mathrm{k,b} = 176{,}6$ W (59,5 %) i $\Phi_\mathrm{zr,b} = 120{,}4$ W (40,5 %)

što pokazuje da se je povećao udio konvekcije (zbog porasta koeficijenta konvektivnog prijelaza topline s povećanjem brzine strujanja zraka), a smanjio udio zračenja.

Funkcija četvrtoga stupnja Y, prikazana gore u analitičkom obliku, može se prikazati i u Y, T_sb-dijagramu. Iz toga se dijagrama vidi da doista postoje dva realna (matematička) rješenja, ali da je drugo <u>**fizikalno nemoguće**</u>, jer je $T_\mathrm{sb} < 0$ K!


1200
800
400
Y
0
-400
-800
-1000
-500
0
500
1000
T s,b

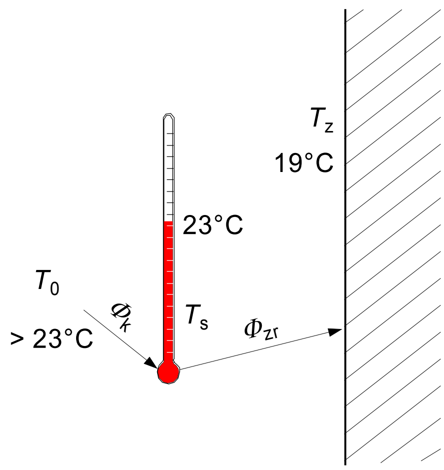
☺

183. Stakleni termometar za mjerenje temperature zraka u prostoriji pokazuje 23 °C.

Kolika je pogreška pri mjerenju (tj. razlika između stvarne temperature zraka i vrijednosti koju termometar pokazuje), koja nastaje zbog izmjene topline zračenjem između termometra i zidova prostorije koji imaju temperaturu 19 °C? Kolika je stvarna temperatura zraka?

(Koeficijent konvektivnog prijelaza topline na površini termometra iznosi 5 W/(m^{2}K), a emisijski faktor stakla je ε = 0,94).

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Upozoriti da termometar okružen plinom (prozirnim za zrake), ako je izložen stijenkama čija je temperatura različita od temperature plina, pokazuje pogrešnu temperaturu!)



Treba imati na umu da termometar pokazuje svoju temperaturu! Tek ako se pobrinemo da on bude u toplinskoj ravnoteži s "tijelom" čiju temperaturu želimo mjeriti, očitani će podatak na termometru biti ujedno i temperatura tog tijela!

U opisanom je slučaju termometar (23°C) očito topliji od zidova (19°C), a kako je plin proziran, termometar će predavati toplinski tok hladnijim zidovima. No, temperatura od 23°C je zadana kao njegova stalna (stacionarna) temperatura, što po zakonu održanja energije znači da on mora odnekuda i nekako i primati baš onoliko toplinskog toka koliko ga predaje zračenjem. Kako drugog mogućeg izvora topline osim zraka ovdje očito nema, jedini je mogući zaključak da je zrak topliji od termometra i da baš on daje potreban toplinski tok konvekcijom.

Uvjet stacionarnosti ($\Phi_{dov} = \Phi_{odv}$) primijenjen na ovaj slučaj glasi:

$$\Phi_k = \alpha_k \, A\left(T_o - T_s\right) = \Phi_{zr} = \varepsilon \, A\, C_c \left(T_s^4 - T_z^4\right)$$

iz čega onda slijedi tražena razlika (T_o - T_s) = $\Delta\vartheta_z$ kao pogreška termometra:

$$\Delta\vartheta_z = \frac{\varepsilon\, C_c \left(T_s^4 - T_z^4\right)}{\alpha_k} = \frac{0{,}94 \cdot 5{,}67\left(2{,}96^4 - 2{,}92^4\right)}{5} = 4{,}33°\mathrm{C},$$

što znači da je stvarna temperatura zraka 27,33°C. Takva se pogreška ne može smatrati zanemarivom!

U situacijama poput ove, uvijek će tijelo koje je prepušteno samo sebi poprimiti neku temperaturu između temperature plina i temperature okolnih stijenki, a ona će biti bliža temperaturi plina što je α_k veći i što je ε manji.

Termometri koji su namijenjeni mjerenju temperature plina redovito zbog toga imaju osjetnik (kuglicu) zaštićenu od izmjene topline zračenjem, ali s tako izvedenom zaštitom (npr. nekim limom) da ne sprječava strujanje zraka uz kuglicu. Dakle, zaštita treba spriječiti izmjenu topline zračenjem s okolnim objektima, a da istodobno omogućava izmjenu topline konvekcijom sa plinom! ☺

191. U pregrijaču pare parnog kotla pregrijava se 20 000 kg/h suhozasićene vodene pare tlaka 50 bar na temperaturu 480 °C. Potreban toplinski tok daju dimni plinovi svojim hlađenjem od 1050 °C na 600 °C.

Izmjenjivač topline je građen iz čeličnih cijevi promjera 32/38 mm. Poznat je koeficijent prijelaza topline unutar cijevi (na strani pare) $\alpha_u = 200$ W/(m^2 K) i s vanjske strane cijevi (na strani dimnih plinova) $\alpha_v = 100$ W/(m^2 K).

Treba izračunati potrebnu površinu izmjenjivača topline, iskoristivost topline i stupanj djelovanja izmjenjivača za:

a) istosmjernu,

b) protusmjernu izvedbu.

Kolika je temperatura *vanjske* površine cijevi na onom kraju izmjenjivača, na kojem ulaze dimni plinovi?

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati postupak proračuna izmjenjivača, računanja toplinskog kapaciteta struja, razliku u učinku dvaju tipova izmjenjivača te određivanja površinskih temperatura cijevi.)

Izmijenjeni toplinski tok može se odmah izračunati iz zadanih podataka:

$$\Phi = q_{m,\mathrm{p}}\left(h_{\mathrm{pp}} - h_{\mathrm{szp}}\right) = \frac{20\,000}{3600}\left(3382 - 2794{,}6\right) = 3263 \text{ kW}.$$

Za daljnji račun treba prvo ustanoviti koja je struja "**1**", a koja struja "**2**": budući da su ovdje poznate <u>sve temperature</u>, to je lako, jer <u>slabija struja "**1**" više mijenja svoju temperaturu.</u> To su očito dimni plinovi koji se hlade za 450 °C, dok se vodena para zagrijava od temperature zasićenja (263,92 °C za 50 bar, Toplinske tablice, str.10) na 480 °C, dakle, samo za 216 °C. Tako su dimni plinovi struja "**1**", a vodena para struja "**2**".

Isto tako, kad su poznate <u>sve</u> temperature, lako se izračunaju bezdimenzijske veličine:

$$\pi_3 = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} = \frac{\vartheta_2'' - \vartheta_2'}{\vartheta_1' - \vartheta_1''} = \frac{480 - 264}{1050 - 600} = 0{,}48$$

i
$$\pi_1 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{1050 - 600}{1050 - 264} = 0{,}5725,$$

što znači da će se *treća* bezdimenzijska veličina $\pi_2 = (k\,A_\mathrm{O})/\dot{C}_1$ očitati iz dijagrama za dotični tip izmjenjivača i u njoj će biti sadržana tražena veličina A_0. Da bi se ta tražena veličina mogla izdvojiti iz bezdimenzijskog sklopa, treba poznavati vrijednosti k i $\dot{C}_1$.

Koeficijent prolaza topline određuje se iz poznatog izraza (odaberimo proizvoljno da bude sveden na *vanjsku* površinu cijevi):

$$k_\mathrm{v} = \frac{1}{\dfrac{r_\mathrm{v}}{r_\mathrm{u}\alpha_\mathrm{u}} + \dfrac{r_\mathrm{v}}{\lambda_\mathrm{č}}\ln\dfrac{r_\mathrm{v}}{r_\mathrm{u}} + \dfrac{1}{\alpha_\mathrm{v}}} = \frac{1}{\dfrac{0{,}019}{0{,}016\cdot 200} + \dfrac{0{,}019}{58}\ln\dfrac{38}{32} + \dfrac{1}{100}} = 62{,}52 \text{ W/(m}^2\text{ K)},$$

Želimo li računati s k svedenim na *unutarnju* površinu, on bi iznosio:

$$k_\mathrm{u} = \frac{r_\mathrm{v}}{r_\mathrm{u}} k_\mathrm{v} = \frac{38}{32}\cdot 62{,}52 = 74{,}25 \text{ W/(m}^2\text{K)}.$$

(Sam je izbor nevažan, jer ćemo kao rezultat dobiti onu površinu na koju je sveden k. Od ranije je poznato da je umnožak $(k\,A)$ po definiciji konstantan, pa ćemo tako s manjom vrijednošću k_v dobiti veću površinu $A_{0,v}$, a s većim k_u rezultat je manja površina $A_{0,u}$. No, kako je $A_{0,v} = n\, d_v\, \pi L$, a $A_{0,u} = n\, d_u\, \pi L$, na duljinu cijevi to očito neće imati utjecaja! (n je broj cijevi u snopu – u ovom primjeru nije zadan, pa je ($n\, L$) ukupna duljina svih cijevi u snopu).

Druga potrebna veličina, $\dot{C}_1$, ne može se ovdje izračunati iz definicijskog izraza $\dot{C}_1 = q_{m,1}\, c_{p,1}$, jer za struju "**1**" (dimne plinove) nije poznat niti zasebni iznos protočne mase dimnih plinova $q_{m,1}$, niti njihov specifični toplinski kapacitet $c_{p,1}$. No, kako vrijedi Prvi glavni stavak $\Phi = q_{m,1} c_{\mathrm{p},1} \left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right) = \dot{C}_1 \left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right)$, toplinski se kapacitet dimnih plinova dobije iz izraza:

$$\dot{C}_1 = \frac{\Phi}{\left(\vartheta_1' - \vartheta_1''\right)} = \frac{3263 \cdot 10^3}{\left(1050 - 600\right)} = 7252 \text{ W/K}.$$

a) istosmjerni izmjenjivač

Iz dijagrama za istosmjerni izmjenjivač, za $\pi_3 = \dot{C}_1 / \dot{C}_2 = 0{,}48$ i $\pi_1 = 0{,}5725$, očitana je vrijednost $\pi_2 = (k\, A_\mathrm{O}) / \dot{C}_1 = 1{,}27$. S tim se brojem dobije i potrebna površina istosmjernog izmjenjivača $A_{0,v}$:

$$A_{0,v} = \left(\frac{k\, A_0}{\dot{C}_1}\right) \cdot \frac{\dot{C}_1}{k_v} = 1{,}27 \cdot \frac{7252}{62{,}52} = 147{,}3 \text{ m}^2 \quad (\text{ili } A_{0,u} = 124 \text{ m}^2)$$

"Iskoristivost topline" ε za sve je tipove izmjenjivača jednaka π_1:

$\varepsilon = \pi_1 = 0{,}5725$,

ali je "stupanj djelovanja izmjenjivača" η za istosmjerni tip drugačiji nego za ostale:

$$\eta_i = \left(1 + \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\right) \cdot \pi_1 = \left(1 + 0{,}48\right) \cdot 0{,}5725 = 0{,}847 = 84{,}7\ \%.$$

a) protusmjerni izmjenjivač

Iz dijagrama za protusmjerni izmjenjivač, za $\pi_3 = \dot{C}_1 / \dot{C}_2 = 0{,}48$ i $\pi_1 = 0{,}5725$, očitana je vrijednost $\pi_2 = (k\, A_\mathrm{O}) / \dot{C}_1 = 1{,}02$. S tim se brojem dobije i potrebna površina protusmjernog izmjenjivača $A_{0,v}$:

$$A_{0,v} = \left(\frac{k\, A_0}{\dot{C}_1}\right) \cdot \frac{\dot{C}_1}{k_v} = 1{,}02 \cdot \frac{7252}{62{,}52} = 118{,}3 \text{ m}^2 \quad (\text{ili } A_{0,u} = 99{,}6 \text{ m}^2)$$

"Iskoristivost topline" ε opet je jednaka π_1:

$\varepsilon = \pi_1 = 0{,}5725$,

ali je za protusmjerni tip i "stupanj djelovanja izmjenjivača" jednak π_1:

$$\eta_i = \pi_1 = 0{,}5725 = 57{,}25\ \%.$$

Fizikalni je smisao tih dvaju pokazatelja, ε i η, slijedeći:

- "Iskoristivost topline" ε pokazuje koliko se toplinskog toka iskoristi od ukupno teoretski raspoloživog (onog koji je određen protočnim masama dviju struja, njihovim ulaznim temperaturama i drugim glavnim stavkom!). Kako je za obadva tipa zadan isti toplinski tok (3263 kW), a i svi su ostali podaci isti, obadva tipa izmjenjivača iskorištavaju 57,3% teoretski raspoloživog toplinskog toka;
- "Stupanj djelovanja izmjenjivača" pokazuje koliko dotični izmjenjivač topline izmijeni u odnosu na ono što bi isti tip izmjenjivača mogao izmijeniti kad bi imao beskonačno veliku

površinu. To što istosmjerni tip ima stupanj djelovanja veći (84,7%) od protusmjernoga (57,3%) ne znači da je on bolji (suprotno tome, lošiji je!) od protusmjernoga. To se vidi već i po tome što za isti učinak traži veću površinu (147,3 m^2 prema 118,3 m^2). Veći η ovdje znači samo to, da je istosmjerni tip za postavljeni zadatak (3263 kW) znatno *bliže postizivoj granici koju taj tip izmjenjivača ne može premašiti*! Naime, s beskonačnom površinom istosmjerni bi izmjenjivač mogao paru pregrijati i dimne plinove ohladiti do zajedničke izlazne temperature ϑ'' :

$$\vartheta'' = \frac{\dot{C}_1\vartheta_1' + \dot{C}_2\vartheta_2'}{\dot{C}_1 + \dot{C}_2} = \frac{\dfrac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2}\vartheta_1' + \vartheta_2'}{\dfrac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} + 1} = \frac{0{,}48 \cdot 1050 + 264}{0{,}48 + 1} = 518{,}9 \ \text{°C}$$

dakle, paru bi mogao (teoretski) pregrijati na 518,9 °C (još samo za dodatnih 39 °C), a dimne plinove ohladiti na 518,9 °C, (tj. još za 81 °C)! Kod protusmjernog su izmjenjivača te granice znatno više: dimni bi se plinovi kao "slabija" struja (teoretski) mogli ohladiti sve do 264 °C, pregrijavajući pritom paru na 641,3 °C.

Temperatura vanjske površine cijevi određena je, kao i ranije u zadacima 13? i 14?, odnosom pojedinih toplinskih otpora – većem otporu odgovara i veća razlika temperature. Diferencijalna jednadžba izmjenjivača kod kojega je, kao ovdje, slabija struja (“**1**”) s vanjske strane cijevi, može se pisati u obliku:

$$\mathrm{d}\Phi = k_\mathrm{v}\left(\vartheta_1 - \vartheta_2\right)\mathrm{d}A_\mathrm{v} = \alpha_\mathrm{v}\left(\vartheta_1 - \vartheta_\mathrm{s,v}\right)\mathrm{d}A_\mathrm{v}$$

gdje su temperature ϑ_1 i ϑ_2 lokalne temperature struja “**1**” i “**2**” na promatranom mjestu površine. Iz gornjeg izraza slijedi temperatura stijenke $\vartheta_\mathrm{s,v}$:

$$\vartheta_\mathrm{s,v} = \vartheta_1 - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1 - \vartheta_2\right).$$

Kako se u obadva slučaja traži temperatura stijenke na onom kraju izmjenjivača na kojem ulaze dimni plinovi, temperatura ϑ_1 uvijek će biti ϑ_1', dok će se temperatura struje “**2**” (ϑ_2) razlikovati ovisno o smjeru strujanja.

a) istosmjerni izmjenjivač – struja “**2**” ulazi tamo gdje ulazi i struja “**1**”, pa je $\vartheta_2 = \vartheta_2'$:

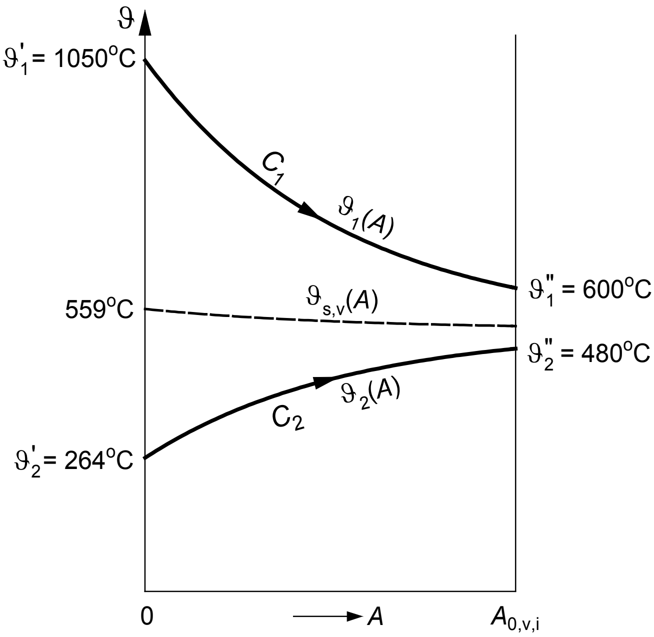
$$\vartheta_\mathrm{s,v,a} = \vartheta_1' - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1' - \vartheta_2'\right) = 1050 - \frac{62{,}52}{100}\cdot\left(1050 - 264\right) = 558{,}6 \ \text{°C}.$$

b) protusmjerni izmjenjivač – struja “**2**” izlazi tamo gdje ulazi struja “**1**”, pa je $\vartheta_2 = \vartheta_2''$:

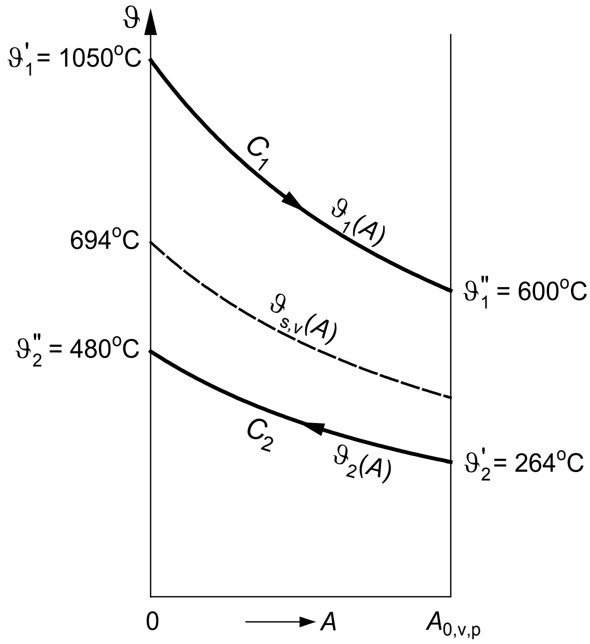
$$\vartheta_\mathrm{s,v,b} = \vartheta_1' - \frac{k_\mathrm{v}}{\alpha_\mathrm{v}}\left(\vartheta_1' - \vartheta_2''\right) = 1050 - \frac{62{,}52}{100}\cdot\left(1050 - 480\right) = 693{,}6 \ \text{°C}.$$

iz čega se jasno vidi da je kod *protusmjernog* izmjenjivača stijenka barem na nekim mjestima izložena znatno višim temperaturama, jer se tamo gdje je grijanje stijenke najjače, na ulaznom kraju dimnih plinova, ona slabije hladi već pregrijanom parom.

Kod istosmjernog tipa je stijenka znatno manje izložena takvom temperaturnom opterećenju – tamo gdje su dimni plinovi najtopliji, para je najhladnija i dobro hladi stijenku. Tamo pak, gdje se para zagrijala i ne može više dobro hladiti stijenku, tamo su se i dimni plinovi već ohladili i rezultat je ravnomjernija razdioba temperature stijenke. To je razlog da se često, baš za takve situacije, koristi istosmjerni izmjenjivač, iako on, kako se vidi iz prethodnih rezultata, traži veću površinu, dakle, skuplji je.



ϑ
ϑ'₁ = 1050°C
C₁
ϑ₁(A)
559°C
ϑ_{s,v}(A)
ϑ''₁ = 600°C
ϑ''₂ = 480°C
ϑ₂(A)
C₂
ϑ'₂ = 264°C
0
A
A_{0,v,i}



ϑ
ϑ'₁ = 1050°C
C₁
ϑ₁(A)
694°C
ϑ''₁ = 600°C
ϑ_{s,v}(A)
ϑ''₂ = 480°C
C₂
ϑ₂(A)
ϑ'₂ = 264°C
0
A
A_{0,v,p}

192. Izmjenjivač topline je napravljen kao snop od 20 čeličnih cijevi promjera 32/38 mm. S vanjske stane potpuno kondenzira 1300 kg/h pregrijane vodene pare stanja 2 bar i 140 °C, kojom se zagrijava voda od 25 °C na 95 °C.

a) Odredite potrebnu površinu izmjenjivača topline i duljinu cijevnog snopa, ako je koeficijent prijelaza topline na strani pare α_p = 10 000 W/(m^2 K))!

b) Kolika bi bila izlazna temperatura iste količine vode iz tako dimenzioniranog izmjenjivača, ako bi se tlak pare smanjio prigušenjem na 1,6 bar, a sve ostale veličine ostanu *nepromijenjene*! Koliki bi bio potrošak pare?

Raspored temperatura u jednom i drugom slučaju skicirati u istom ϑ,A-dijagramu!

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati proračun *kondenzatora*, upozoriti na to da i kod kondenzacije *pregrijane pare* na rad izmjenjivača utjecaj ima samo temperatura zasićenja pare, a ne njena stvarna ulazna temperatura! Pokazati da jedan uređaj može raditi u različitim uvjetima, dajući različiti učinak. Pokazati da su u ovom slučaju obadva režima rada (koji se stvarno razlikuju), promatrano bezdimenzijski, zapravo identični!)

a) Izmijenjeni toplinski tok određen je protočnom masom i promjenom entalpije pare:

$$\Phi = q_{m,\mathrm{p}}\left(h_{\mathrm{pp}} - h_{\mathrm{vk}}\right) = 1300 \cdot (2748 - 504{,}5) = 2{,}917 \cdot 10^6 \ \text{kJ/h} = 810{,}2 \ \text{kW} ,$$

a s njime je onda određena i protočna masa vode koja se zagrijava:

$$q_{m,\mathrm{w}} = \frac{\Phi_\mathrm{a}}{\mathrm{c_w}\ \Delta\vartheta_\mathrm{w}} = \frac{810{,}2}{4{,}182 \cdot 70} = 2{,}768 \,\text{kg/s} = 9964 \,\text{kg/h} .$$

- voda Topl. tablice, str.17 $\vartheta_{\mathrm{w,m}} = \dfrac{\vartheta'_\mathrm{w} + \vartheta''_\mathrm{w}}{2} = 60\ °\mathrm{C}$
$\rho = 983{,}2$ kg/m^3 $c = 4{,}182$ kJ/(kg K) $\lambda = 0{,}659$ W/(m K) $\eta = 472 \cdot 10^{-6}$ N s/m^2 $\nu = 0{,}48 \cdot 10^{-6}$ m^2/s $Pr = 2{,}995$

Prisilna konvekcija, strujanje kroz cijev

$$w = \frac{q_{m,\mathrm{w}}}{\rho A} = \frac{4 q_{m,\mathrm{w}}}{\rho\, n\, d_\mathrm{u}^2\, \pi} = \frac{4 \cdot 2{,}768}{983{,}2 \cdot 20 \cdot 0{,}032^2 \pi} = 0{,}175 \ \text{m/s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{w\, d_\mathrm{u}}{\nu} = \frac{0{,}175 \cdot 0{,}032}{0{,}48 \cdot 10^{-6}} = 11667 > 3000$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha_\mathrm{u}\, d_\mathrm{u}}{\lambda} = \frac{0{,}0398\ \mathrm{Pr}\ \mathrm{Re}^{0{,}75}}{1 + 1{,}74\ \mathrm{Re}^{-0{,}125}(\mathrm{Pr} - 1)} = 64{,}4$$

$$\alpha_\mathrm{u} = \frac{\mathrm{Nu}\,\lambda}{d_\mathrm{u}} = \frac{64{,}4 \cdot 0{,}659}{0{,}032} = 1327 \ \text{W/(m}^2\ \text{K)} .$$

Koeficijent prolaza topline može se računati sveden na bilo koju površinu: ona na koju je sveden, ta se i dobije kao rezultat. Iako se vanjska i unutarnja površina cijevi razlikuju, duljina cijevi je ista! Odaberemo li k sveden na unutarnju površinu, dobije se:

$$k_\mathrm{u} = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_\mathrm{u}} + \dfrac{r_\mathrm{u}}{\lambda_\mathrm{č}} \ln\dfrac{r_\mathrm{v}}{r_\mathrm{u}} + \dfrac{r_\mathrm{u}}{r_\mathrm{v}\alpha_\mathrm{v}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{1327} + \dfrac{0{,}016}{58} \ln\dfrac{38}{32} + \dfrac{0{,}016}{0{,}019 \cdot 10\,000}} = 1130 \ \text{W/(m}^2\ \text{K)} ,$$

a na vanjsku površinu: k = 950 W/(m^2 K). Dalje ćemo računati s k_u .

U svakom je izmjenjivaču, u kojem para kondenzira, svakako $\pi_3 = \dot{C}_1 / \dot{C}_2 = 0$, pa je voda slabija struja (“**1**”) s toplinskim kapacitetom:

$$\dot{C}_1 = q_{m,\mathrm{w}}\, c_\mathrm{w} = 2{,}768 \cdot 4182 = 11\,570 \ \text{kW/K} .$$

S poznatim vrijednostima:

$$\pi_3 = \frac{\dot{C}_1}{\dot{C}_2} = 0 \qquad \text{i} \qquad \pi_1 = \frac{\vartheta_1' - \vartheta_1''}{\vartheta_1' - \vartheta_2'} = \frac{25 - 95}{25 - \underline{120{,}23}} = 0{,}735$$

iz <u>bilo kojeg dijagrama</u> može se očitati treća veličina: $\pi_2 = (k\,A_O)/\dot{C}_1 = 1{,}33$. Ona se može za ovaj slučaj ($\pi_3 = \dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$!) jednostavno i izračunati iz izraza:

$$\pi_2 = \frac{k\,A_0}{\dot{C}_1} = -\ln\left(1 - \pi_1\right) = -\ln\left(1 - 0{,}735\right) = 1{,}33 \qquad \text{(samo za } \pi_3 = \dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0 \text{ !).}$$

Iz značajke π_2 može se izračunati površina $A_{0,\mathrm{u}}$, ako znamo k_u i $\dot{C}_1$:

$$A_{0,\mathrm{u}} = \left(\frac{k\,A_0}{\dot{C}_1}\right)\cdot\frac{\dot{C}_1}{k_\mathrm{u}} = 1{,}33\cdot\frac{11570}{1130} = 13{,}61\,\mathrm{m}^2,$$

a iz nje i duljina cijevnog snopa $L = \dfrac{A_{0,\mathrm{u}}}{n\,d_\mathrm{u}\,\pi} = \dfrac{13{,}61}{20\cdot 0{,}032\cdot\pi} = 6{,}77\ \mathrm{m}$.

b) I u ovom slučaju para kondenzira ($\pi_3 = \dot{C}_1/\dot{C}_2 = 0$), a iste su i vrijednosti k_u, $A_{0,\mathrm{u}}$ i $\dot{C}_1$, dakle, i značajka $\pi_2 = 1{,}33$ ostaje ista. To znači, da je i temperaturna funkcija π_1 <u>ista:</u> $\pi_1 = 0{,}735$! Kako su u njoj sadržane tri temperature: ϑ_1', ϑ_1'' i ϑ_2', njihovi iznosi <u>ne moraju biti isti kao pod a)</u>, ali moraju biti takve da, uvrštene u jednadžbu za π_1 daju vrijednost 0,735!

Iz jednadžbe $\quad \pi_1 = \dfrac{\vartheta_1' - \vartheta_{1\mathrm{b}}''}{\vartheta_1' - \vartheta_{2\mathrm{b}}'} = 0{,}735$

slijedi $\vartheta_{1\mathrm{b}}'' = \vartheta_1' - \pi_1\left(\vartheta_1' - \vartheta_{2\mathrm{b}}'\right) = 25 - 0{,}735\cdot\left(25 - 113{,}32\right) = 89{,}9\ \ {}^\circ\mathrm{C}$.

Izmijenjeni se je toplinski tok smanjio, jer su se, sa sniženjem temperature ϑ_2' smanjile i sve lokalne razlike temperatura:

$$\Phi_\mathrm{b} = \dot{C}_1\left(\vartheta_{1\mathrm{b}}'' - \vartheta_1'\right) = 11570\cdot\left(89{,}9 - 25\right) = 751\,100\ \ \mathrm{W} = 751{,}1\ \ \mathrm{kW}.$$

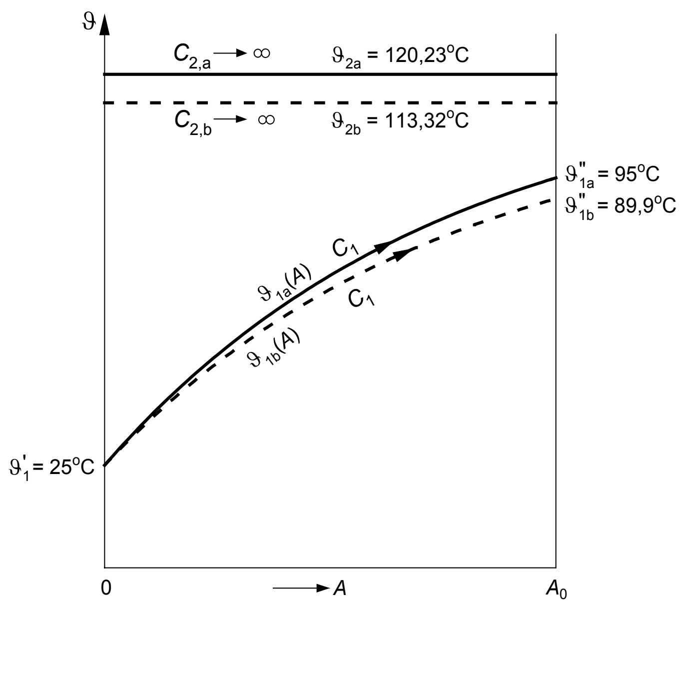
Potrošak pare je također manji:

$$q_{m,\mathrm{p,b}} = \frac{\Phi_\mathrm{b}}{(h_\mathrm{pp} - h_\mathrm{vk,b})} = \frac{751{,}1}{\left(2748 - 475{,}2\right)} = 0{,}3305\ \ \mathrm{kg/s} = 1190\ \ \mathrm{kg/h}$$

Entalpija pare ostaje i nakon prigušenja ista (osnovno obilježje prigušivanja!), ali se entalpija vrele kapljevine smanjila, jer joj se je i temperatura snizila sa 120,23 °C na 113,32 °C.

Iako je prigušenjem para (koja je već bila pregrijana) još više ušla u pregrijano područje, i dalje je temperatura zasićenja ona koja određuje intenzitet izmjene topline, što se vidi iz značajke π_1. To što je para pregrijana ima odraza <u>samo</u> na potrošak pare!

Kako je pokazano na početku dijela b), ova su dva režima rada, iako stvarno različita, <u>bezdimenzijski ista,</u> jer su opisana s tri ista bezdimenzijska parametra!



201. Plinsko gorivo volumenskog sastava: 80% metana, 15% etana i 5% propana potpuno izgara s 15% pretička zraka.

a) Kolika bi se temperatura postigla u toplinski izoliranom ložištu, ako gorivo ulazi u ložište s 0 °C, a zrak za izgaranje s 250 °C? (Pretpostaviti 2000 °C!).

b) Ako stijenke ložišta *nisu izolirane*, nego se za vrijeme izgaranja toplinski tok odvodi iz ložišta, koliko topline treba odvesti da bi temperatura dimnih plinova na izlazu iz ložišta bila 1300 °C?

c) Dimni plinovi izlaze s temperaturom 200 °C u okoliš normalnog stanja. Koliki su gubici osjetne topline i koliki je protočni volumen dimnih plinova u dimnjaku, ako je protočna količina goriva 10 kmol/h?

Računati sa srednjim specifičnim (molnim) toplinskim kapacitetima!

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati osnovne stehiometrijske jednadžbe izgaranja i kako se s pomoću njih mogu izračunati sve potrebne veličine. Pokazati računanje temperature u ložištu, kako izoliranom, tako i neizoliranom.)

Gorivo je plinska smjesa metana (CH_4), etana (C_2H_6) i propana (C_3H_8). Za svaki od ta tri plina, stehiometrijska jednadžba izgaranja glasi (broj atoma na lijevoj i desnoj strani jednadžbe mora biti jednak):

- za metan: $\mathrm{CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O}$
- za etan: $\mathrm{C_2H_6 + 3\tfrac{1}{2}\,O_2 \rightarrow 2\,CO_2 + 3\,H_2O}$
- za propan: $\mathrm{C_3H_8 + 5\,O_2 \rightarrow 3\,CO_2 + 4\,H_2O}$.

Kako je po definiciji 1 kmol = $6{,}023 \cdot 10^{26}$ elementarnih čestica (onakvih, u kakvom se obliku tvar pojavljuje), gornje se jednadžbe mogu pomnožiti s Loschmidtovim (Avogadrovim) brojem ($6{,}023 \cdot 10^{26}$), tako da se, umjesto na pojedine čestice, odnose na kilomolove dotičnih sudionika:

- za metan: $\mathrm{1\,kmol\,CH_4 + 2\,kmol\,O_2 \rightarrow 1\,kmol\,CO_2 + 2\,kmol\;H_2O}$
- za etan: $\mathrm{1\,kmol\,C_2H_6 + 3\tfrac{1}{2}\,kmol\,O_2 \rightarrow 2\,kmol\,CO_2 + 3\,kmol\,H_2O}$
- za propan: $\mathrm{1\,kmol\,C_3H_8 + 5\,kmol\,O_2 \rightarrow 3\,kmol\,CO_2 + 4\,kmol\,H_2O}$,

a u tom obliku ove jednadžbe opisuju sve stehiometrijske odnose pri izgaranju. Primjerice, prva jednadžba za metan kaže da za izgaranje jednog kilomola metana trebaju dva kilomola kisika, da nastaje jedan kilomol ugljik-dioksida i dva kilomola vodene pare.

U jednom kilomolu goriva sadržano je 0,8 kmol metana, 0,15 kmol etana i 0,05 kmol propana, pa je *minimalna* (*stehiometrijska, teoretska*) količina kisika za izgaranje jednoga kilomola goriva zbroj pojedinačnih potrebnih količina:

$$O_{\min} = 0{,}8 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 3{,}5 + 0{,}05 \cdot 5 = 2{,}375\ \mathrm{kmol_{O_2}\,/\,kmol_G}\,.$$

Ako se kisik za izgaranje dovodi u zraku (koji ga sadrži 21% - molni), količinski treba oko pet puta više zraka (točnije: 1/0,21):

$$Z_{\min} = \frac{O_{\min}}{0{,}21} = \frac{2{,}375}{0{,}21} = 11{,}31\ \mathrm{kmol_z/kmol_G}\,.$$

Za svako izgaranje, želimo li da bude potpuno, treba dovesti više zraka od minimalne količine, i to λ - puta (λ je "faktor pretička zraka"):

$$Z_{stv} = \lambda \cdot Z_{min} = \lambda \cdot \frac{O_{min}}{0{,}21} = 1{,}15 \cdot \frac{2{,}375}{0{,}21} = 13{,}006\ \text{kmol}_z/\text{kmol}_G\ .$$

Količine dimnih plinova koje nastaju izgaranjem odabrane jedinice goriva (1 kmol) također slijede iz stehiometrijskih jednadžbi:

- količina ugljik-dioksida određena je količinom ugljika u gorivu:

$$n_{CO_2} = [CO_2] = 0{,}8 \cdot 1 + 0{,}15 \cdot 2 + 0{,}05 \cdot 3 = 1{,}25\ \text{kmol}_{CO_2}\ /\ \text{kmol}_G$$

gdje je n_{CO_2} novija, a $[CO_2]$ starija oznaka za količinu nastalog ugljik-dioksida po odabranoj jedinici goriva.

- količina vodene pare određena je količinom vodika u gorivu (i vlage, kad bi je u gorivu bilo):

$$n_{H_2O} = [H_2O] = 0{,}8 \cdot 2 + 0{,}15 \cdot 3 + 0{,}05 \cdot 4 = 2{,}25\ \text{kmol}_{H_2O}\ /\ \text{kmol}_G\ .$$

- količina slobodnoga kisika je zapravo višak dovedenoga kisika, tj. razlika između dovedenog kisika ($O_{stv} = \lambda\, O_{min}$) i onoga ($O_{min}$) koji se uopće može potrošiti, dakle, koji se ima s čime spojiti:

$$n_{O_2} = [O_2] = (\lambda - 1)\, O_{min} = (1{,}15 - 1) \cdot 2{,}375 = 0{,}3563\ \text{kmol}_{O_2}\ /\ \text{kmol}_G$$

- pojavljuje se još i dušik, jer se dovodi sa zrakom (koji ga sadrži 79% - molnih):

$$n_{N_2} = [N_2] = 0{,}79 \cdot Z_{stv} = 0{,}79 \cdot 13{,}006 = 10{,}2747\ \text{kmol}_{N_2}\ /\ \text{kmol}_G\ .$$

Svi oni zajedno čine "vlažne dimne plinove", tj. to su stvarni dimni plinovi koji nastaju izgaranjem:

$$n_{vl} = n_{CO_2} + n_{H_2O} + n_{O_2} + n_{N_2} = 14{,}131\ \text{kmol}_{vdp}\ /\ \text{kmol}_G\ ,$$

a bez vodene pare to bi bili tzv. "suhi dimni plinovi", koji nisu stvarni. No, za potrebe mjerenja sastava dimnih plinova, uzorak bi se ohladio na okolišnu temperaturu, pri čemu bi vlaga kondenzirala (ili se uklonila apsorpcijom), tako da se mjerenjem obično dobije "sastav suhih dimnih plinova", primjerice Orsat-aparatom. Osim kad se u račun ulazi s mjerenim sastavom suhih dimnih plinova, ili se računa njihov sastav, u ostalim se situacijama redovito računa sa stvarnim, dakle, vlažnim dimnim plinovima!

Temperatura izgaranja (ili temperatura dimnih plinova na izlazu iz ložišta), bez obzira na to je li izgaranje potpuno ili nije, te je li ložište izolirano ili nije, određena je energijskom bilancom (Prvim glavnim stavkom) i može se računati s pomoću jednadžbe:

$$\vartheta_{izg} = \frac{(\Delta h_d - q_n) + h_G + Z_{stv} h_z - |q_{odv}|}{\sum n_i \left[C_{m,p,i}\right]_0^{\vartheta_{izg}}}$$

u kojoj je Δh_d (J/jed.$_G$) donja ogrjevna vrijednost goriva po odabranoj jedinici goriva (onoj, s kojom se računa cijeli zadatak) i odnosi se na potpuno izgaranje. Ako je izgaranaje nepotpuno, taj se iznos umanjuje za "gubitke nepotpunog izgaranja" q_n (J/jed.$_G$). Ovdje se računa s donjom ogrjevnom vrijednošću, jer je temperatura u ložištu vrlo visoka, pa se dio energije troši za prevođenje vlage (bilo nastale izgaranjem vodika, bilo isparivanjem - ishlapljivanjem već postojeće vlage u gorivu), a ne dobije se natrag, jer hlađenja dimnih plinova nema.

Član h_G (J/jed.$_G$) je entalpija goriva koju ono unosi u ložište, ako ulazi s temperaturom većom od 0 °C.

Zrak, ako ulazi s temperaturom većom od 0 °C, unosi u ložište svoju entalpiju $Z_{stv}\, h_z$ (J/jed.$_G$).

Zadnji član u brojniku $|q_{odv}|$ je toplina (J/jed.$_G$) odvedena iz ložišta. Ona može biti jednaka nuli ako je ložište izolirano ("adijabatsko"), a ako je ložište neizolirano, uvijek je odvedena, zbog visoke temperature u ložištu.

Suma u nazivniku je toplinski kapacitet dimnih plinova, a pomnožena s temperaturom ϑ_{izg} postaje entalpija koju iznose dimni plinovi iz ložišta. Suma se sastoji od umnožaka količina pojedinih dimnih plinova (n_i) (kmol$_i$/jed.$_G$) nastalih izgaranjem, s njihovim srednjim molnim toplinskim kapacitetom između temperatura 0 °C i temperature izgaranja ϑ_{izg} : $\left[C_{m,p}\right]_0^{\vartheta_{izg}}$. Gornja je jednadžba općenita, pa se pojedini članovi u gornjoj jednadžbi prilagođavaju promatranoj situaciji.

Ogrjevna je vrijednost goriva njegovo svojstvo i odnosi se na potpuno izgaranje. Određuje se mjerenjem na uzorku, a u nedostatku pouzdanih mjerenih podataka kao i u ovakvim "školskim" primjerima može se koristiti i približna formula, koja za smjesu gorivih plinova glasi:

$$\Delta h_d = \sum r_i \, \Delta h_{d,i} \, ,$$

što, prevedeno u oznake ovog zadatka, daje:

$$\Delta h_d = r_{CH_4} \, \Delta h_{d,CH_4} + r_{C_2H_6} \, \Delta h_{d,C_2H_6} + r_{C_3H_8} \, \Delta h_{d,C_3H_8} =$$
$$= 0{,}8 \cdot 35\,730 + 0{,}15 \cdot 63\,620 + 0{,}05 \cdot 91\,090 = 42\,680 \text{ kJ/m}^3_{n\,G} = 956\,500 \text{ kJ/kmol}_G$$

(za pretvorbu mjernih jedinica iz normnoga kubnog metra u kilomol uzet je faktor 22,41 isti za sve plinove; može se računati i s "točnijom", zasebnom vrijednošću za svaki plin, navedenom u Toplinskim tablicama, str. 28., tamo gdje se nalaze i njihove ogrjevne vrijednosti)

a) Temperatura koja se postiže pri potpunom izgaranju u izoliranom ložištu naziva se i "teorijska temperatura izgaranja". Poteškoća pri njenom računanju je ta, da se mora računati iteracijom, jer traženi rezultat utječe na nazivnik kao ulazna veličina pri određivanju srednjeg molnog toplinskog kapaciteta. U ovom zadatku, da bi se izbjegla iteracija, sugerirana je vrijednost 2000°C za računanje (tako se obično i na ispitu zadaje) koja je već dovoljno blizu točne vrijednosti, pa se od prvog pokušaja dobije točan rezultat. Inače, kod nasumičnog pogađanja konvergencija je prilično brza i vrijedi približno pravilo da se pogreška u svakom koraku smanji za oko 10 puta (8 - 12 puta) i to na suprotnu stranu. Primjerice, ako pri prvom pokušaju pogriješimo za +200°C, rezultat će ispasti za oko 20°C manji od točnoga. Ako s tim novim rezultatom (pogreška -20°C) ponovimo račun, sljedeća pogreška će biti oko +2°C itd.

Potrebni podaci za sljedeće formule računaju se s pomoću tablice:

PLIN	n_i	$\left[C_{m,p,i}\right]_0^{2000}$	$n_i\left[C_{m,p,i}\right]_0^{2000}$	$\left[C_{m,p,i}\right]_0^{1300}$	$n_i\left[C_{m,p,i}\right]_0^{1300}$	$\left[C_{m,p,i}\right]_0^{200}$	$n_i\left[C_{m,p,i}\right]_0^{200}$
CO_2	1,250	54,290	67,863	51,322	64,153	40,059	50,074
O_2	0,3563	35,169	12,531	33,863	12,065	29,931	10,664
N_2	10,2747	33,373	342,898	32,067	329,479	29,228	300,309
H_2O	2,25	43,995	98,989	40,407	90,916	34,118	76,766
Σ=	14,131		522,280		496,612		437,813

Za zadane vrijednosti dobije se teorijska temperatura izgaranja:

$$\vartheta_{\mathrm{teor}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} + Z_{\mathrm{stv}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{z}}\right]_0^{\vartheta_\mathrm{z}} \cdot \vartheta_{\mathrm{z}}}{\sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{\vartheta_{\mathrm{izg}}}} = \frac{956\,500 + 13{,}006 \cdot 29{,}41 \cdot 250}{522{,}28} = 2014{,}5\ \mathrm{°C}$$

i to se može smatrati dovoljno točnim rezultatom, jer bi, prema gornjem približnom pravilu, rezultat sljedećega koraka iteracije bio oko 2013 °C!

b) Odvedena toplina iz hlađenog ložišta može se računati kao toplina koju oslobađaju dimni plinovi pri hlađenju od teoretske do stvarne temperature:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = n_{\mathrm{vdp}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{vdp}}\right]_{\vartheta_{\mathrm{stv}}}^{\vartheta_{\mathrm{teor}}} \left(\vartheta_{\mathrm{teor}} - \vartheta_{\mathrm{stv}}\right)$$

ali je jednostavnije koristiti se već izračunatim podacima iz tablice:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{\vartheta_{\mathrm{teor}}} \cdot \vartheta_{\mathrm{teor}} - \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{\vartheta_{\mathrm{stv}}} \cdot \vartheta_{\mathrm{stv}}$$

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 522{,}28 \cdot 2014{,}5 - 496{,}612 \cdot 1300 = 406\,500\ \mathrm{kJ/kmol_G},$$

što sa zadanom protočnom količinom goriva (10 kmol/h) daje odvedeni toplinski tok:

$$\left|\Phi_{\mathrm{odv}}\right| = q_{\mathrm{N,G}} \cdot \left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 10 \cdot 406\,500 = 4{,}065 \cdot 10^6\ \mathrm{kJ/h} = 1130\ \mathrm{kW}.$$

(Pazi! Odvedena je toplina <u>negativna</u>, ali ovdje se računa njena <u>apsolutna vrijednost</u>!)

Isto tako mogla bi se koristiti i gornja formula za <u>stvarnu</u> temperaturu izgaranja:

$$\vartheta_{\mathrm{stv}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} + Z_{\mathrm{stv}} h_{\mathrm{z}} - \left|q_{\mathrm{odv}}\right|}{\sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{1300}} = 1300\ \mathrm{°C},$$

iz koje bi slijedilo:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} + Z_{\mathrm{stv}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{z}}\right]_0^{250} \cdot 250 - 1300 \cdot \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{1300},$$

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 956\,500 + 13{,}006 \cdot 29{,}410 \cdot 250 - 1300 \cdot 496{,}612 = 406\,500\ \mathrm{kJ/kmol_G}.$$

Velika prednost ove potonje formule je ta, da se u njoj <u>ne pojavljuje</u> temperatura <u>adijabatskog izgaranja.</u> U ovom zadatku ta prednost nije izražena, jer je ta temperatura već poznata, ali bi je inače trebalo računati <u>iteracijom</u>!

c) "Gubici osjetne topline" je naziv za onu toplinu koja bi se još dobila, kad bi se dimni plinovi hladili od zadanih 200 °C sve do okolišne temperature

$$\left|q_{\mathrm{osj}}\right| = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_{\vartheta_{\mathrm{ok}}}^{\vartheta_{\mathrm{izl}}} \cdot \left(\vartheta_{\mathrm{izl}} - \vartheta_{\mathrm{ok}}\right) = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{200} \cdot (200 - 0) = 437{,}813 \cdot 200 = 87\,560\ \mathrm{kJ/kmol_G}$$

$$\left|\Phi_{\mathrm{osj}}\right| = q_{n,\mathrm{G}} \cdot \left|q_{\mathrm{osj}}\right| = 10 \cdot 87\,560 = 875\,600\ \mathrm{kJ/h} = 243{,}2\ \mathrm{kW}.$$

Protočna količina (pravih, tj. vlažnih) dimnih plinova je

$$q_{n,\mathrm{vdp}} = q_{n,\mathrm{G}} \cdot n_{\mathrm{vdp}} = 10 \cdot 14{,}131 = 141{,}31\ \ \mathrm{kmol_{vdp}/h},$$

a njihov je <u>protočni volumen</u> (u dimnjaku) određen tlakom (u dimnjaku - približno jednak okolišnom tlaku), izlaznom temperaturom i jednadžbom stanja idealnih plinova:

$$q_{V,\mathrm{vdp}} = \frac{q_{n,\mathrm{vdp}} R_{\mathrm{m}} T_{\mathrm{izl}}}{p} = \frac{141{,}31 \cdot 8314 \cdot 473{,}15}{1{,}013 \cdot 10^5} = 5486\ \mathrm{m^3/h}.$$

202. Ložište kotla za centralno grijanje predviđeno je za potpuno izgaranje 50 kg/h ugljena masenog sastava: c = 0,56; h = 0,07; w = 0,20 i a = 0,17 s pretičkom zraka λ = 1,4 i to tako, da zrak i ugljen ulaze u ložište s 0 °C, a dimni plinovi izlaze iz ložišta u dimnjak s 300 °C.

Koliki je toplinski tok odveden iz ložišta (učin kotla) i koliko m^3/h zraka (0 °C, 1 bar) treba dovoditi u ložište?

Računati sa srednjim specifičnim (molnim) toplinskim kapacitetima!

*** Rješenje:

(Svrha zadatka: Pokazati kako se računaju potrebne veličine za gorivo zadano masenim sastavom.)

Za goriva zadana <u>masenim sastavom</u> kao jedinica goriva <u>odabire se 1 kg goriva</u>, pa se i svi rezultati iskazuju po toj jedinici. Za sve stehiometrijske račune treba zadane masene podatke preračunati u količinske (molne) podatke.

Primjerice, maseni udio ugljika u gorivu, c (kg$_C$ /kg$_G$), iskazuje <u>masu ugljika u jedinici goriva</u>. Njegovim dijeljenjem s molnom masom ugljika (M_C = 12 kg$_C$ /kmol$_C$) dobije se <u>količina ugljika u jedinici (kilogramu) goriva:</u> c/12 kmol$_C$ /kg$_G$. S tom količinom ugljika onda je određena i potrebna količina kisika za izgaranje, i nastala količina ugljik-dioksida u dimnim plinovima. Slično se postupa i s ostalim sudionicima goriva.

Izgaranje ugljena masenog sastava: c = 0,56; h = 0,07; w = 0,20 i a = 0,17:

Minimalna količina kisika i stvarno dovedena količina zraka za izgaranje:

$$O_{\min} = 1\cdot\frac{c}{12} + \frac{1}{2}\cdot\frac{h}{2} + 1\cdot\underbrace{\frac{s}{32}}_{=0} - \underbrace{\frac{o}{32}}_{=0} = \frac{0{,}56}{12} + \frac{0{,}07}{4} = 0{,}06417\ \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G}$$

Broj "1" uz član c/12 potječe iz stehiometrijske jednadžbe

$$1\ \mathrm{kmol\,C} + \underline{1}\ \mathrm{kmol\,O_2} \rightarrow 1\ \mathrm{kmol\,CO_2}$$

i govori koliko treba kisika za izgaranje jednoga kilomola ugljika, dakle, ima mjernu jedinicu "kilomola kisika po kilomolu ugljika", $\mathrm{kmol_{O_2}/kmol_C}$. Dakle, 1 $\mathrm{kmol_{O_2}/kmol_C}$, pomnožen sa: c/12 kmol$_C$ /kg$_G$ daje <u>količinu kisika potrebnog za izgaranje ugljika sadržanog u jedinici goriva.</u>

Slično i "1/2" uz član h /2 slijedi iz stehiometrijske jednadžbe za izgaranje vodika:

$$1\ \mathrm{kmol\,H_2} + \tfrac{1}{2}\ \mathrm{kmol\,O_2} \rightarrow 1\ \mathrm{kmol\ \ H_2O},$$

pa je i drugi član (h / 4) $\mathrm{kmol_{O_2}/kg_G}$ ona <u>količina kisika koja je potrebna za izgaranje vodika sadržanog u jednom kilogramu goriva.</u>

Ima li u gorivu sumpora, i za njegovo izgaranje treba dovesti kisik: s/32 $\mathrm{kmol_{O_2}/kg_G}$.

Minimalna se količina kisika kojeg treba <u>izvana </u>dovesti <u>umanjuje</u> za onoliko, koliko ga već ima u samome gorivu: o/32 $\mathrm{kmol_{O_2}/kg_G}$.

Stvarna se potrebna količina zraka opet računa po istoj formuli:

$$Z_{\mathrm{stv}} = \lambda\ \frac{O_{\min}}{0{,}21} = 1{,}4\cdot\frac{0{,}06417}{0{,}21} = 0{,}42778\ \mathrm{kmol_z/kg_G}.$$

Izgaranjem nastaju:

$$n_{\mathrm{CO_2}} = 1\cdot\frac{c}{12} = \frac{0{,}56}{12} = 0{,}04667\ \mathrm{kmol_{CO_2}/kg_G},$$

Broj "1" u ovoj jednadžbi također potječe iz stehiometrijske jednadžbe i on kaže da iz jednoga kilomola ugljika potpunim izgaranjem nastaje jedan kilomol ugljik-dioksida.

Kao slobodan kisik ostaje ono što je u suvišku i dovedeno i što se uopće nema s čime spojiti:

$$n_{O_2} = (\lambda - 1)O_{\min} = (1{,}4 - 1)\cdot 0{,}06417 = 0{,}02567\ \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G},$$

Dušika ima molnih 79% u dovedenom zraku (u gorivu ga ovdje nema) i on bez promjena izlazi kao dušik (u stvarnosti pri visokim temperaturama došlo bi do djelomične disocijacije i spajanja s kisikom u dušične okside, ali to mi uvijek zanemarujemo):

$$n_{N_2} = 0{,}79\,Z_{\mathrm{stv}} = 0{,}79\cdot 0{,}42778 = 0{,}33794\ \mathrm{kmol_{N_2}/kg_G},$$

Vodena para nastaje izgaranjem vodika, ali se u dimu nađe i sva ona vlaga koja je kao vlaga u gorivu i ušla u ložište:

$$n_{H_2O} = \frac{h}{2} + \frac{w}{18} = \frac{0{,}07}{2} + \frac{0{,}20}{18} = 0{,}04611\ \mathrm{kmol_{H_2O}/kg_G}.$$

Ogrjevna vrijednost se za goriva zadana masenim sastavom (dakle, nepoznate kemijske strukture) pouzdano može odrediti samo mjerenjem. U nedostatku mjerenih vrijednosti, ili za ovakve školske primjere, možemo se poslužiti približnom formulom:

$$\Delta h_{\mathrm{d}} = 33900\,c + 117\,000\left(h - \frac{o}{8}\right) + 10500\,s - 2500\,w$$

$$\Delta h_{\mathrm{d}} = 33900\cdot 0{,}56 + 117\,000\cdot 0{,}07 - 2500\cdot 0{,}20 = 26\,674\ \mathrm{kJ/kg_G}$$

Toplinski tok odveden iz ložišta može se izračunati na više načina (svi se zasnivaju na prvom glavnom stavku). Primjerice, mogli bismo izračunati teorijsku temperaturu izgaranja (kao da je ložište izolirano) i onda toplinski tok predan pri hlađenju od te temperature do izlazne temperature 300 °C. Ovaj način ima manu da se teorijska temperatura izgaranja mora tražiti iteracijom.

Drugi bi (i bolji) način bio da se poslužimo jednadžbom:

$$\vartheta_{\mathrm{stv}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} - |q_{\mathrm{odv}}|}{\sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{300}} = 300\ \mathrm{°C},$$

koja je pojednostavljena s $\vartheta_G = \vartheta_z = 0$ °C, a da za temperaturu izgaranja u neizoliranom ložištu uvrstimo zadanih 300 °C. Iz nje onda slijedi toplina odvedena iz ložišta:

$$|q_{\mathrm{odv}}| = \Delta h_{\mathrm{d}} - 300\cdot\sum n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{300}.$$

PLIN	n_{i}	$\left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{300}$	$n_{\mathrm{i}}\left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{300}$
CO_2	0,04667	41,755	1,949
O_2	0,02567	30,400	0,7803
N_2	0,33794	29,383	9,930
H_2O	0,04611	34,575	1,594
Σ=			14,253

Drugi član na desnoj strani je entalpija izlaznih dimnih plinova, ali se, ako je temperatura okoliša u koji se oni izbacuju 0 °C, može protumačiti i kao "gubitak osjetne topline"

$$\left|q_{\mathrm{osj}}\right| = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_{\vartheta_{\mathrm{ok}}}^{\vartheta_{\mathrm{izl}}} \cdot \left(\vartheta_{\mathrm{izl}} - \vartheta_{\mathrm{ok}}\right) = \sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_{0}^{300} \cdot \left(300-0\right) = 14{,}253 \cdot 300 = 4276 \quad \mathrm{kJ/kg_G}\,,$$

pa se tražena toplina odvedena iz ložišta može pisati i ovako:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} - \left|q_{\mathrm{osj}}\right|$$

i protumačiti na sljedeći način: u ložište kao energija ulazi samo ogrjevna vrijednost goriva (kemijska energija sadržana u gorivu), dok su (osjetne) entalpije i goriva i zraka jednake nuli (zbog $\vartheta_{\mathrm{G}} = \vartheta_{\mathrm{z}} = 0$ °C). Iz ložišta kao energija izlazi samo odvedena toplina q_{odv} i entalpija dimnih plinova (gubitak osjetne topline). Da je izgaranje bilo nepotpuno, iz ložišta bi izlazio još i dio kemijske energije u iznosu $\left|q_{\mathrm{neizg}}\right|$, ali toga ovdje nema.

Uvrštavanjem brojeva dobije se odvedena toplina po kilogramu goriva:

$$\left|q_{\mathrm{odv}}\right| = \Delta h_{\mathrm{d}} - \left|q_{\mathrm{osj}}\right| = 26\,674 - 4276 = 22\,398 \quad \mathrm{kJ/kg_G}\,,$$

a onda i odvedeni toplinski tok (to je ustvari korisni učinak kotla):

$$\left|\Phi_{\mathrm{odv}}\right| = q_{\mathrm{m,G}} \cdot \left|q_{\mathrm{odv}}\right| = 50 \cdot 22\,398 = 1{,}120 \cdot 10^{6} \;\; \mathrm{kJ/h} = 311 \;\; \mathrm{kW}\,.$$

Za izgaranje treba u ložište dovesti zrak u količini:

$$q_{n,\mathrm{z}} = q_{m,\mathrm{G}} \cdot Z_{\mathrm{stv}} = 50 \cdot 0{,}42778 = 21{,}39 \;\; \mathrm{kmol_z / h} = 0{,}00594 \;\; \mathrm{kmol_z / s}\,,$$

a ta protočna količina ima pri stanju 0 °C i 1 bar protočni volumen:

$$q_{V,\mathrm{z}} = \frac{q_{n,\mathrm{z}}\, R_{\mathrm{m}}\, T_{\mathrm{z}}}{p_{\mathrm{z}}} = \frac{21{,}39 \cdot 8314 \cdot 273{,}15}{1 \cdot 10^{5}} = 485{,}7 \;\; \mathrm{m^3/h} = 0{,}1349 \;\; \mathrm{m^3/s}\,.$$

Treba uočiti da se ne iskoristi cijela ogrjevna vrijednost goriva, nego svakako manje. U ovom slučaju to je smanjenje samo zbog izlazne entalpije dimnih plinova, a kod nepotpunog izgaranja dodatno bi smanjenje bilo zbog gubitaka nepotpunog izgaranja. ☺

203. U plinsko-turbinsko postrojenje ulazi 200 000 kg/h zraka koji se u kompresoru tlači na viši tlak i na temperaturu 150 °C. Taj zrak ulazi u komoru za izgaranje, gdje se miješa s gorivom koje potom potpuno izgara. Maseni je sastav goriva: $c = 0{,}87$ i $h = 0{,}13$, a njegova je donja ogrjevna vrijednost $\Delta h_d = 41\,850$ kJ/kg.

Koliko se (kg/h) goriva temperature 0 °C smije dovesti u komore za izgaranje, ako dimni plinovi na izlazu iz komora (ulaz u turbinu) ne smiju imati temperaturu višu od 1200 °C? (Pretpostaviti da su komore za izgaranje toplinski izolirane!).

*** Rješenje:
(Svrha zadatka: Pokazati da je temperatura u ložištu ovisna o faktoru pretička zraka λ - što je on viši, to je temperatura u ložištu niža, jer se ista količina topline raspoređuje na veću količinu dimnih plinova. Temperatura u ložištu može se regulirati promjenom veličine λ)

U ovom slučaju je količina zraka zadana, a onda će se, s porastom količine goriva, λ smanjivati i temperatura izgaranja rasti. To, naravno, vrijedi samo tako dugo, dok je izgaranje potpuno. Traži se kod koje će vrijednosti λ ta temperatura biti baš 1200°C. Visina temperature na izlazu iz komore za izgaranje važna je, jer s tom temperaturom dimni plinovi ulaze u turbinu i zbog izdržljivosti materijala lopatica turbine ona ne smije biti previsoka.

Minimalna količina kisika i zraka je:

$$O_{\min} = \frac{c}{12} + \frac{h}{4} = \frac{0{,}87}{12} + \frac{0{,}13}{4} = 0{,}105\ \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G},$$

$$Z_{\min} = \frac{O_{\min}}{0{,}21} = \frac{0{,}105}{0{,}21} = 0{,}5\ \mathrm{kmol_z/kg_G}.$$

Količina ugljik-dioksida i vodene pare određena je samo sadržajem ugljika i vodika u gorivu:

$$n_{CO_2} = \frac{c}{12} = \frac{0{,}87}{12} = 0{,}0725\ \mathrm{kmol_{CO_2}/kg_G},$$

$$n_{H_2O} = \frac{h}{2} = \frac{0{,}13}{2} = 0{,}065\ \mathrm{kmol_{H_2O}/kg_G},$$

dok su količine dušika i slobodnog kisika ovisne o veličini λ:

$$n_{O_2} = (\lambda - 1) O_{\min} = (0{,}105 \cdot \lambda - 0{,}105)\quad \mathrm{kmol_{O_2}/kg_G},$$

$$n_{N_2} = 0{,}79\,\lambda\, Z_{\min} = 0{,}79 \cdot 0{,}5 \cdot \lambda = 0{,}395 \cdot \lambda \quad \mathrm{kmol_{N_2}/kg_G},$$

Temperatura izgaranja u izoliranom ložištu određena je jednadžbom:

$$\vartheta_{izg} = \frac{\Delta h_d + \left[c_{p,G}\right]_0^{\vartheta_G} \cdot \vartheta_G + Z_{stv} \left[C_{m,p,z}\right]_0^{\vartheta_z} \cdot \vartheta_z}{\sum n_i \left[C_{m,p,i}\right]_0^{\vartheta_{izg}}} = \frac{\Delta h_d + 0 + \lambda\, Z_{\min} \left[C_{m,p,z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_i \left[C_{m,p,i}\right]_0^{\vartheta_{izg}}} = 1200\ \ ^\circ\mathrm{C},$$

u kojoj se zbroj u nazivniku može riješiti tablično, iako neke stavke nisu obični brojevi, nego funkcije od λ:

PLIN	n_i	$\left[C_{m,p,i}\right]_0^{1200}$	$n_i \left[C_{m,p,i}\right]_0^{1200}$
CO_2	0,0725	50,740	3,6787
O_2	$0{,}105 \cdot \lambda$ - 0,105	33,633	$3{,}5315 \cdot \lambda$ - 3,5315
N_2	$0{,}395 \cdot \lambda$	31,828	$12{,}5721 \cdot \lambda$
H_2O	0,065	39,825	2,5886
Σ=	0,72335		$16{,}1035 \cdot \lambda + 2{,}7358$

tako da se dobije izraz:

$$\vartheta_{\mathrm{izg}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} + \lambda\, Z_{\mathrm{min}} \left[C_{\mathrm{m},p,z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{\vartheta_{\mathrm{izg}}}} = \frac{41\,850 + \lambda \cdot 0{,}5 \cdot 29{,}226 \cdot 150}{16{,}1035 \cdot \lambda + 2{,}7358} = 1200\ \ {}^{\circ}\mathrm{C},$$

iz kojega se potreban (granični) faktor pretička zraka dobije eksplicitno:

$$\lambda = \frac{41\,850 - 1200 \cdot 2{,}7358}{1200 \cdot 16{,}1035 - 2191{,}95} = 2{,}2511 \cong 2{,}25\,.$$

S tim se podatkom lako izračuna tražena (maksimalna) protočna masa goriva. Iz jednadžbe

$$q_{m,\mathrm{z}} = \overbrace{\underbrace{\lambda \cdot Z_{\mathrm{min}}}_{Z_{\mathrm{stv}}} \cdot q_{m,\mathrm{G}}}^{q_{\mathrm{N,z}}\ \ \mathrm{kmol_z/h}} \cdot 28{,}95\ \ \mathrm{kg_z/h}$$

dobije se:

$$q_{m,\mathrm{G}} = \frac{q_{m,\mathrm{z}}}{\lambda \cdot Z_{\mathrm{min}} \cdot 28{,}95} = \frac{200\,000}{2{,}25 \cdot 0{,}5 \cdot 28{,}95} = 6138\ \ \mathrm{kg_G/h} = 1{,}705\ \ \mathrm{kg_G/s}\,.$$

Iz tablice se dobro vidi da su količine CO_2 i H_2O u dimnim plinovima određene samo sastavom goriva, dok su količine kisika i dušika ovisne o veličini λ. Osim banalnog i očiglednog fizikalnog razloga zašto <u>temperatura izgaranja pada s porastom λ</u> (istom toplinom Δh_{d} treba zagrijati sve veću količinu dimnih plinova), to se vidi i iz gornje jednadžbe

$$\vartheta_{\mathrm{izg}} = \frac{\Delta h_{\mathrm{d}} + \lambda\, Z_{\mathrm{min}} \left[C_{\mathrm{m},p,z}\right]_0^{150} \cdot 150}{\sum n_{\mathrm{i}} \left[C_{\mathrm{m},p,\mathrm{i}}\right]_0^{\vartheta_{\mathrm{izg}}}} = \frac{41\,850 + \lambda \cdot 2191{,}95}{16{,}1035 \cdot \lambda + 2{,}7358}$$

u kojoj je drugi član u brojniku malen u usporedbi s prvim i s porastom λ brojnik malo raste. S druge strane, u nazivniku je član uz λ velik i nazivnik naglo raste s porastom λ, pa vrijednost cijelog razlomka pada! ☺