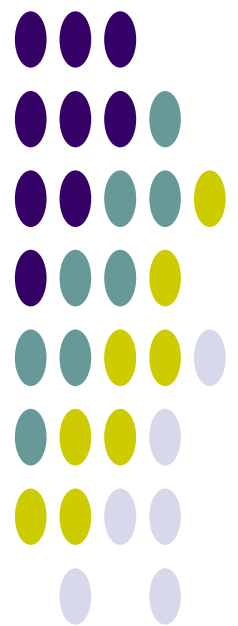


# Elektrostatika

---

- Električni naboji - Coulombov zakon.

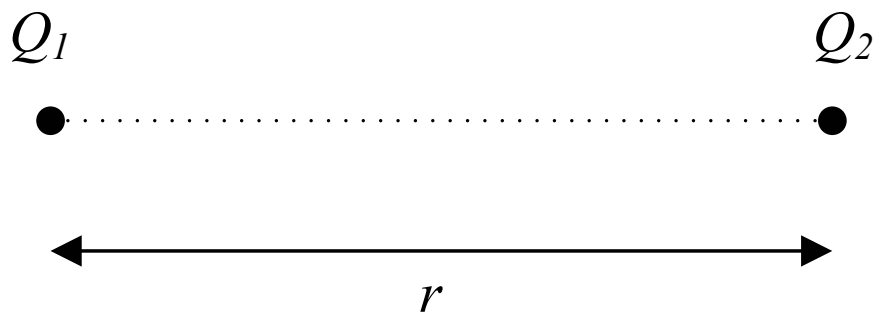


# 1. zadatak



Dva točkasta naboja istog predznaka nalaze se u zraku na udaljenosti  $\underline{r}$  jedan od drugoga. Odrediti iznos, smjer i orijentaciju djelovanja sile između naboja.

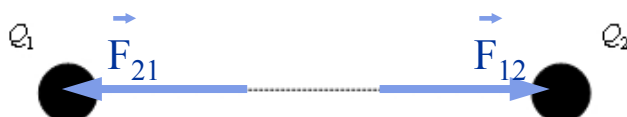
- $Q_1 = 85 \text{ } [\mu\text{C}]$
- $Q_2 = 20 \text{ } [\text{nC}]$
- $r = 5 \text{ } [\text{cm}]$



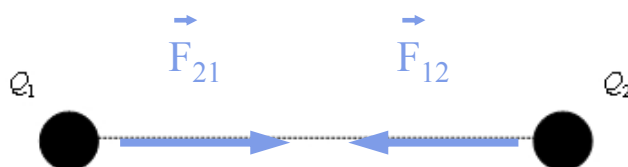
## Uvodni pojmovi



- Dva točkasta naboja, **istog** predznaka, djeluju jedan na drugoga **odbojnom** električnom silom i to:
  - Naboj  $Q_1$  djeluje na naboj  $Q_2$  odbojnom silom  $F_{12}$ .
  - Naboj  $Q_2$  djeluje na naboj  $Q_1$  odbojnom silom  $F_{21}$ .



- Dva točkasta naboja **različitog** predznaka, djeluju jedan na drugoga **privlačnom** električnom silom i to:
  - Naboj  $Q_1$  djeluje na naboj  $Q_2$  privlačnom silom  $F_{12}$ .
  - Naboj  $Q_2$  djeluje na naboj  $Q_1$  privlačnom silom  $F_{21}$ .





- Po iznosu sile  $F_{12}$  i  $F_{21}$  su jednake po iznosu:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

- $\epsilon$  - dielektrična konstanta medija u kojem se problem promatra.  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ ;  $\epsilon_0$  je tzv. apsolutna dielektrična konstanta (vrijednost  $8.854 \times 10^{-12}$  [As/Vm]) i predstavlja dielektričnost vakuumu, dok  $\epsilon_r$  predstavlja relativnu dielektričnu konstantu koja ovisi o samom mediju (za vakuum  $\epsilon_r = 1$ ).
- $r$  - udaljenost između naboja  $Q_1$  i  $Q_2$

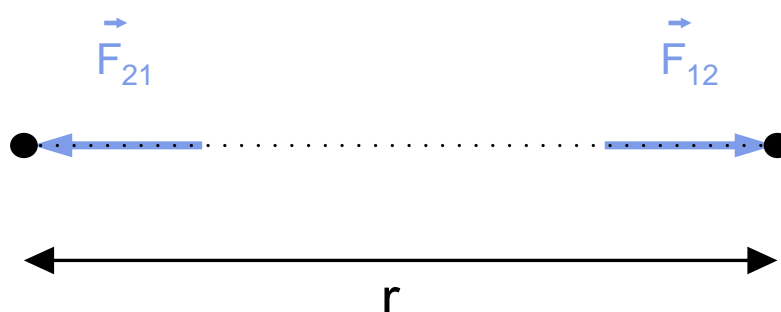
$$\text{konstanta - } k = \frac{1}{8,9875 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

- Električna sila je veličina koja je predstavljana vektorom koji ima svoj iznos, smjer i orijentaciju.



## Rješenje zadatka

- Naboji su istog predznaka tako da su sile odbojne:



- Po iznosu sile su jednake i iznose:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{85 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-9}}{(5 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$|\vec{F}| = 6 [\text{N}]$$

## 2. zadatak



Elektron i proton na udaljenosti  $r$  se privlače silom.  
Na dva puta većoj udaljenosti sila je?

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

## Rješenje zadatka



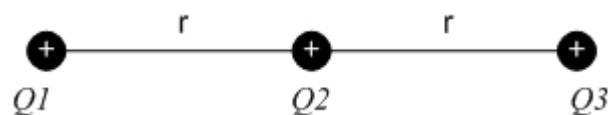
$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$F' = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon (2r)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{1}{4} F$$

### 3. zadatak

$Q_1$  i  $Q_3$  odbijaju se silom  $F$ . Kolika je odbojna sila između  $Q_1$  i  $Q_2$  ako je:

$$Q_1 = Q_2, Q_2 = \frac{Q}{4}, Q_3 = Q$$





## Rješenje zadatka



$$F_{13} = \frac{Q_1 \cdot Q_3}{4\pi\epsilon_0 (2r)^2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4r^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$$

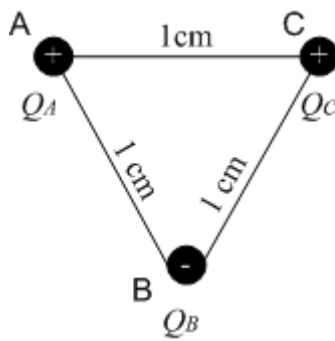
$$F_{12} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\frac{Q^2}{4}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} = F_{13}$$

$$F_{12} = F_{13}$$

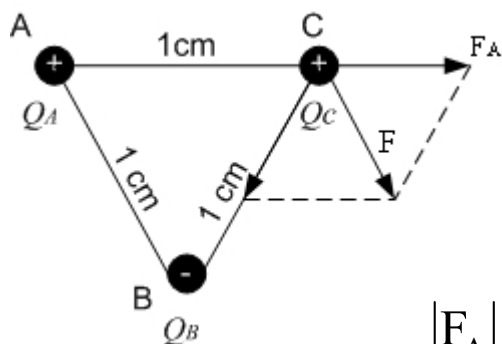
## 4. zadatak



Tri jedinična naboja  $Q_A=Q_C=e$  i  $Q_B=-e$  su raspoređena u vrhove jednakostraničnog trokuta. Odredi silu na točkasti naboj C.



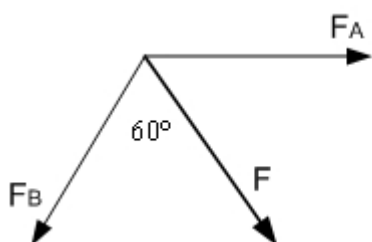
## Rješenje zadatka



$$|F_A| = \frac{Q_A Q_C}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{4\pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (0.01)^2}$$

$$|F_A| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

$$|F_B| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$



$$|F| = |F_B| \cdot \cos 60^\circ + |F_A| \cdot \cos 60^\circ$$

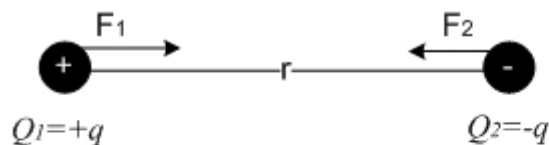
$$|F| = 2.3 \cdot 10^{-24} \cdot 0.5 + 2.3 \cdot 10^{-24} \cdot 0.5$$

$$|F| = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$$

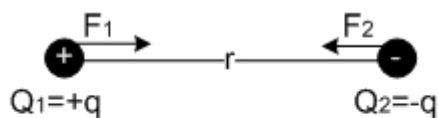


## 5. zadatak

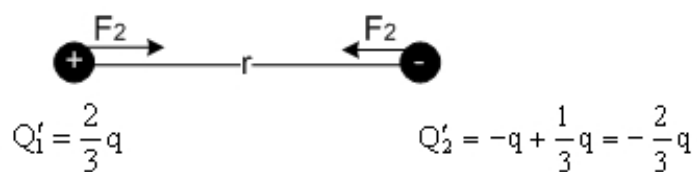
Dvije nabijene kugle u vakuumu se privlače silom  $F$ . Iznosi naboja na kuglama su jednaki. Ako s jedne kugle uzmemo  $1/3$  njezinog naboja i premjestimo ga na drugu kuglu, kolika je sada privlačna sila?



## Rješenje zadatka



$$|F_1| = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon r^2}$$



$$|F_2| = \frac{Q'_1 \cdot Q'_2}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{\frac{2}{3}q \cdot \frac{2}{3}q}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{4}{9} \cdot \frac{q^2}{4\pi\epsilon r^2}$$

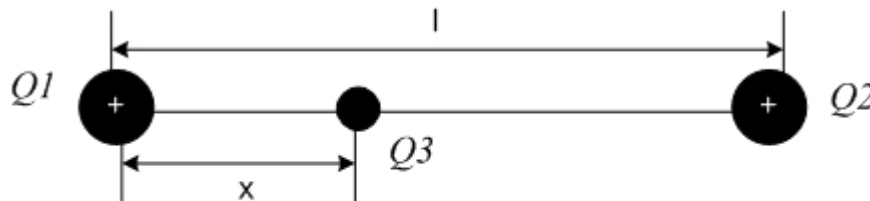
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{9}$$



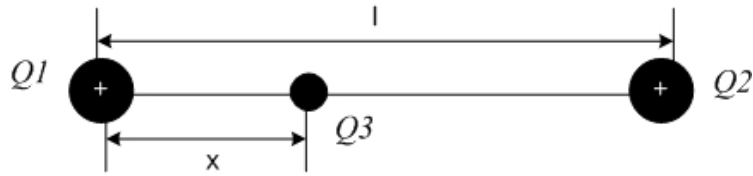
## 6. zadatak



Na udaljenosti 6m se nalaze dvije izolirane nabijene kugle  $Q_1=125 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ ,  $Q_2=5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . Treća kuglica je pomična i nabijena sa  $Q_3 = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . Odredi na kojoj udaljenosti od  $Q_1$  je ravnotežni položaj za kuglicu  $Q_3$ ?



## Rješenje zadatka



Uravnoteženi položaj je:  $|F_{13}| = |F_{23}|$

$$\frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon x^2} = \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon (l-x)^2}$$

$$\frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(l-x)^2}$$

$$Q_1 (l-x)^2 = Q_2 \cdot x^2$$
$$(l-x)\sqrt{Q_1} = x\sqrt{Q_2}$$

$$l-x = x\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}$$

$$l = x\left(1 + \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\right)$$

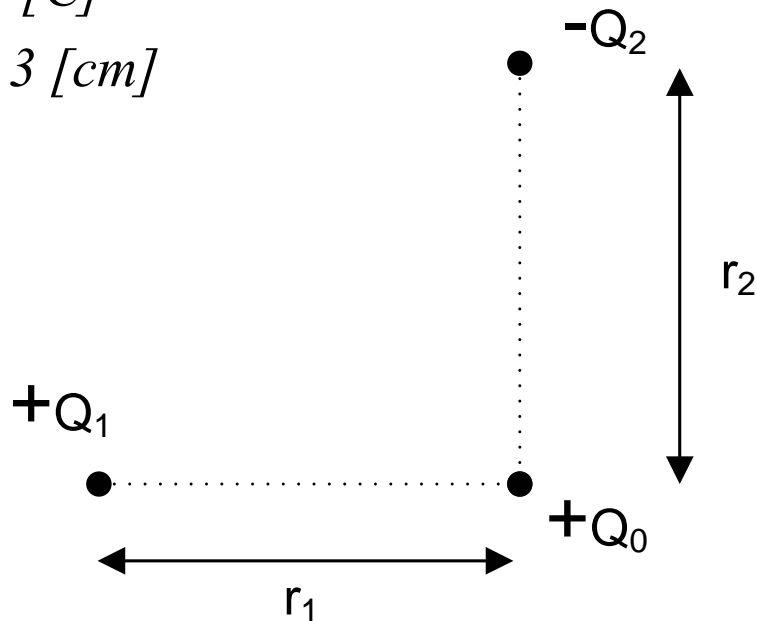
$$x = \frac{5}{6}l = 5m$$

## 7. zadatak



Pozitivni točkasti naboj  $Q_1$  i negativni točkasti naboj  $Q_2$  nalaze se od pozitivnog točkastog naboja  $Q_0$  na udaljenosti  $r_1 = r_2$ . Njihov međusobni položaj prikazan je na slici. Odredite iznos rezultantne sile na naboj  $Q_0$  te skicirajte vektorski dijagram sila za taj naboj.

- $Q_1 = 10^{-6} [C]$
- $Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} [C]$
- $Q_0 = 10^{-6} [C]$
- $r_1 = r_2 = 3 [cm]$

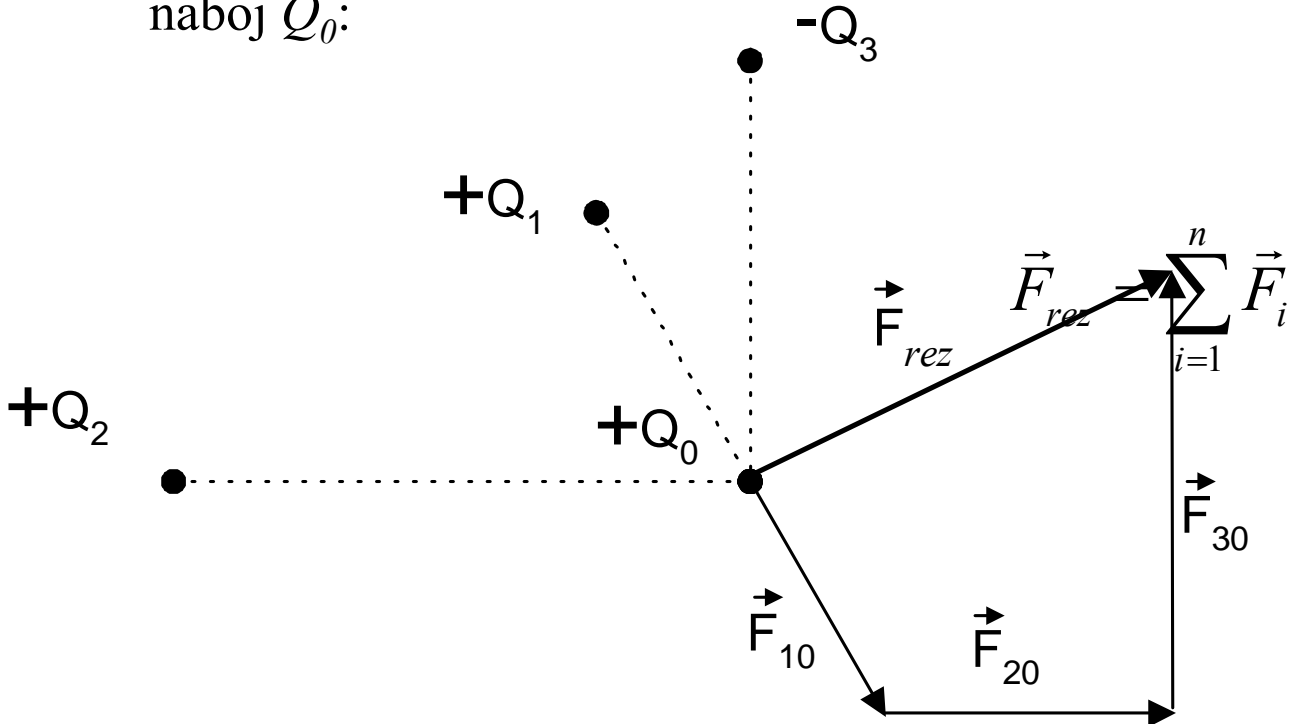




## Uvodni pojmovi

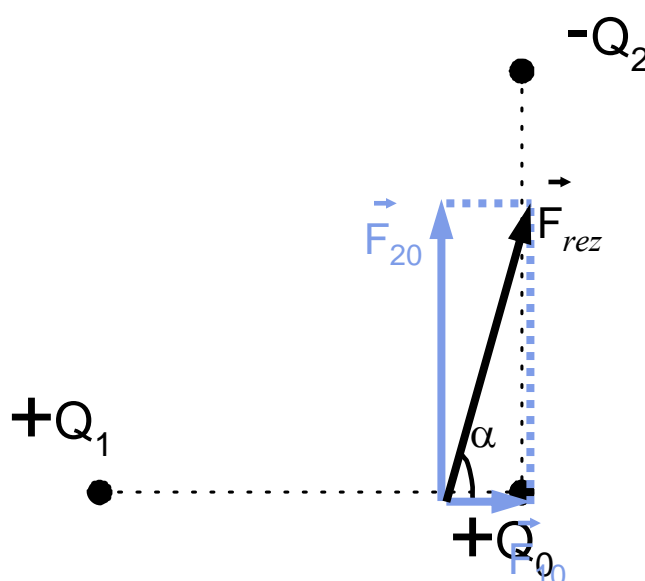


- Ako na točkasti naboj djeluje više naboja tada se za izračunavanje ukupne sile primjenjuje princip superpozicije.
- Princip superpozicije kaže da je rezultatno djelovanje svih naboja jednako zbroju doprinosa pojedinih naboja.
- Ukupna sila na naboj  $Q_0$  jednaka je vektorskom zbroju svih sila koje djeluju na naboj  $Q_0$ :



## Rješenje zadatka

- Na naboj  $Q_0$  djeluju dva naboja,  $Q_1$  i  $Q_2$ . Naboj  $Q_1$  djeluje odbojnom silom  $F_{10}$ :



- Naboj  $Q_2$  djeluje privlačnom silom  $F_{20}$ .
- Rezultantna sila jednaka je vektorskom zbroju sila  $F_{10}$  i  $F_{20}$ .

$$\vec{F}_{rez} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = |\vec{F}_{rez}| \angle \alpha$$

- Budući da su vektori sila  $F_{10}$  i  $F_{20}$  međusobno okomiti vrijedi:

$$|\vec{F}_{rez}| = \sqrt{|\vec{F}_{10}|^2 + |\vec{F}_{20}|^2}$$

- Iznos sila  $F_{10}$  i  $F_{20}$ :

$$|\vec{F}_{10}| = F_{10} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 10 [\text{N}]$$

$$|\vec{F}_{20}| = F_{20} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 20 [\text{N}]$$

- Iznos rezultantne sile  $F_{rez}$ :

$$F_{rez} = \sqrt{F_{10}^2 + F_{20}^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 [\text{N}]$$

- Budući da je sila vektor njen smjer i orijentacija se određuje iz pravokutnog trokuta, odnosno:

$$\text{tg} \alpha = \frac{F_{20}}{F_{10}} \Rightarrow \alpha = 63^\circ \quad \boxed{\vec{F}_{rez} = 22.4 \angle 63^\circ [\text{N}]}$$



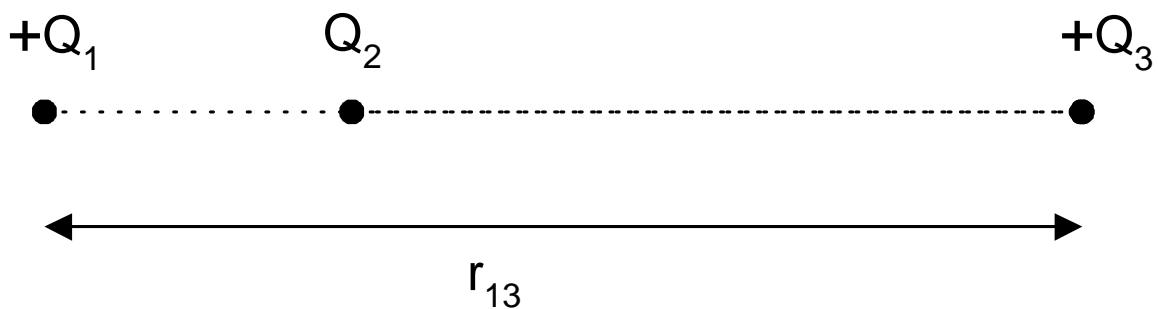
## 8. zadatak



Tri mala tijela, električnih naboja  $Q_1 = +4 \cdot 10^{-11}$  [C], nepoznati električni naboj  $Q_2$  i  $Q_3 = +10^{-11}$  [C], zauzimaju u vakuumu položaj kao što je prikazano na slici. Odredite položaj i električni naboj  $Q_2$  tako da se sva tijela pod djelovanjem Coulomb-ovih sila nalaze u mirovanju.

Zadano:

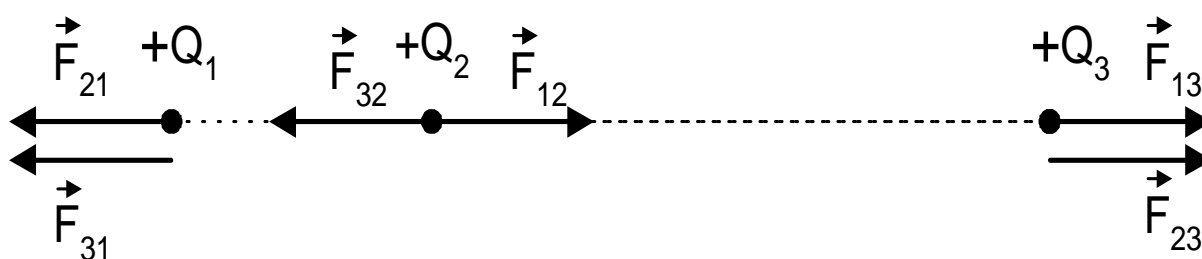
- $r_{13} = 5$   
[cm]



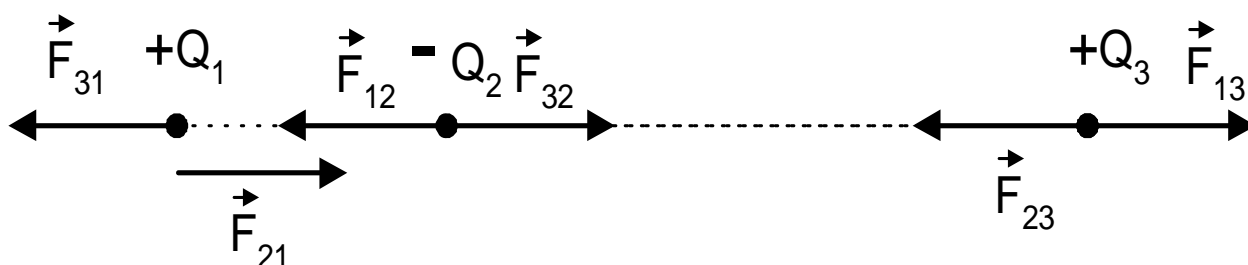
## Rješenje zadatka



- Da bi električni naboj bio u mirovanju ukupna električna sila koja na njega djeluje mora biti jednaka 0.
- Pretpostavimo predznak naboja  $Q_2 > 0$ .



- Iz slike je vidljivo da se uvjet mirovanja može ispuniti za naboj  $Q_2$ , ali uz pozitivan naboj  $Q_2$  naboji  $Q_1$  i  $Q_3$  neće biti u mirovanju. Zbog toga naboj  $Q_2$  mora biti negativan.





- Uvjeti mirovanja:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 0 \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}|$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0 \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}|$$

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$$

**odnosno:**

$$\left| k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_1}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_1}{r_{13}^2} \right| \quad \Rightarrow \quad Q_2 \cdot r_{13}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2$$

$$\left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \quad \Rightarrow \quad Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2$$

$$\left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{13}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \quad \Rightarrow \quad Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_2 \cdot r_{13}^2$$

$$r_{13} = r_{12} + r_{23}$$



- Rješenjem ovog sustava jednađbi kao rješenja dobije se:

$$\begin{aligned} r_{12} &= 3.33 \text{ [cm]} \\ r_{23} &= 1.67 \text{ [cm]} \end{aligned}$$

$$Q_2 = 4.4 \text{ [pC]}$$

- Budući da znamo da je naboj  $Q_2$  negativan, vrijedi:

$$Q_2 = -4.4 \text{ [pC]}$$