

# Skripta za rješavanje zadataka iz OI1 by Picok

## 2. kolokvij

U ovoj skripti neću navoditi neke posebne teoreme ili zakone, već ću svojim riječima objasniti rješavanje i mislim da je tako lakše shvatiti. Ne znam ni ja te sve neke posebne nazive, pisanja, šta već...

### 1. Postavljanje zadatka

#### Primjer

Poduzeće proizvodi 3 proizvoda uz max. profita. Koristi se stroj kapaciteta 1200 sati rada, a proizvodnja zahtjeva 1 2 1 strojne obrade.  $x_1$  ugovoreno je najmanje 200.  $x_1, x_2, x_3$  zahtjeva specijalnu obradu na stroju čiji je kapacitet 900 mj. i mora biti iskorišten 100%. Planiran profit iznosi 40, 50, 45 novaca.

#### Rješenje

Odmah na početku vidimo da se radi od maksimumu, odnosno općem problemu za maksimum

Imamo 3 proizvoda odnosno  $x_1, x_2, x_3$

Imamo jedan stroj od 1200 sati rada. Pošto mu je kapacitet 1200 znači da moramo staviti  $\leq$ , može maksimalno 1200 proizvoditi ne može više. Proizvodnja mu je 1 2 1, te imamo prvo ograničenje:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1200$$

Vidimo da je proizvoda  $x_1$  ugovoreno najmanje 200. Dakle stavljamo  $\geq$ .

$$x_1 \geq 200$$

I zadnje ograničenje  $x_1, x_2, x_3$  koje zahtjeva specijalnu obradu na stroju čiji je kapacitet 900 mj. i mora biti iskorišten 100%. Znači ovdje imamo znak  $=$ . Da nema ovog da mora biti iskorišten 100% pisali bi kao i u prvom primjeru  $\leq$ .

$$x_1 + x_2 + x_3 = 900$$

I ne smijemo zaboraviti uvjet  $x_i \geq 0$ .

Postoji još mogućnost da negdje piše da je zadano gornjom granicom ili donjom granicom. Ako je gornja granica stavljamo  $\leq$ , a ako je donja granica stavljamo  $\geq$ .

I na kraju imamo profite koji iznose 40, 50, 45 i njih stavljamo dakle u Z.

$$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 \rightarrow \max$$

I na kraju postavljeni zadatak izgleda ovako:

$$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1200$$

$$x_1 \geq 200$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 900$$

## 2. Pretvaranje u kanonski oblik

Možemo prepisati varijable koje sadrže x

$$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$x_1$$

$$x_1 + x_2 + x_3$$

Kada pretvaramo u kanonski oblik moramo znati gdje staviti „u“ i „w“ varijable, ali i koje predznake.

Kod „w“ uvijek imamo predznak +, a kod „u“ je većinom + i -. To određujemo ovako:

Tamo gdje imamo  $\leq$  stavljamo samo varijablu „u“ i to sa predznakom +.

Tamo gdje imamo  $\geq$  stavljamo i „u“ i „w“, ali ispred „u“ ide -.

Tamo gdje imamo = stavljamo samo „w“.

Ukratko:

$$\leq \quad +u$$

$$\geq \quad -u+w$$

$$= \quad +w$$

Ako to primijenimo na našem primjeru dobit ćemo ovakvo rješenje:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + u_1 = 1200$$

$$x_1 - u_2 + w_1 = 200$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + w_2 = 900$$

I još trebamo u Z staviti ove varijable. Moramo paziti da kada se radi o maksimumu da ispred M stavimo predznak -. Kod minimuma ide predznak +.

Dakle ovako:

$$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 + 0(u_1 - u_2) - M(w_1 + w_2) \rightarrow \max$$

Sada smo dobili kanonski oblik, ali još treba i dual.

## 3. Pretvaranje u dual

Kod pretvaranja u dual imamo dva načina. Onaj „normalni“ i revidirani. Ja osobno koristim „normalni“ pa ću i taj objasniti.

Ovdje postoje 2 koraka kod pretvaranja. Prvo se pretvara u standardni i zatim u opći problem. Ja ću preskočiti ovaj prvi korak i odmah objasniti pretvaranje u opći. Ovdje morate biti jako oprezni jer se možete zeznuti kod predznaka. Ako niste sigurni radite prvo pretvorbu u standardni problem i zatim u opći. Nadam se da su to svi radili na seminarima.

Prvo gledamo koje znakove veće/manje/jednako imamo. U ovom primjeru sve, a tako će biti i u ostalima sigurno. Pošto se ovdje radi o maksimumu i znamo da za maksimum vrijedi  $\leq$ . To ograničenje nećemo gledati trenutno. Gledamo ograničenja koja imaju  $\geq$  i  $=$ . Kod njih moramo predznake mijenjati.

Ondje gdje imamo  $\geq$  na tome ograničenju promijenimo predznake na minus. I dobit ćemo:

$$-x_1 \geq -200$$

Taj cijeli dio radimo u glavi ili si možete zapisati.

Ondje gdje imamo  $=$  postavljamo dvije nove nejednadžbe. Da previše ne kompliciram jedno ograničenje ostaje isto na drugom stavite suprotne predznake. Ali varijable i sve ostalo ostaje isto.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &\leq 900 \\ -x_1 - x_2 - x_3 &\leq -900 \end{aligned}$$

Dakle kod duala redovi postaju stupci, a stupci redovi. I svima stavljamo  $\geq$  pošto pretvaramo iz OPLP max u OPLP min.

$$\begin{aligned} Z &= 1200y_1 - 200y_2 + 900y_3 - 900y_4 \rightarrow \min \\ y_1 - y_2 + y_3 - y_4 &\geq 40 \\ 2y_1 + y_3 - y_4 &\geq 50 \\ y_1 + y_3 - y_4 &\geq 45 \\ y_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Nadam se da je jasan ovaj dio kod pretvaranja.

Kada pretvaramo iz minimuma u maksimum tada mijenjamo predznake na onom ograničenju koje ima  $\leq$ , i ostalo je sve isto.

#### 4. Postavljanje simpleks tablice

Sada kada imamo prvi dio riješen prelazimo na simpleks tablicu.

$$\begin{aligned} Z &= 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 + 0(u_1 - u_2) - M(w_1 + w_2) \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + u_1 &= 1200 \\ x_1 - u_2 + w_1 &= 200 \\ x_1 + x_2 + x_3 + w_2 &= 900 \end{aligned}$$

Ovo je naš kanonski oblik koji sada treba upisati u tablicu.

Nema ništa posebno od onog što već znamo, osim nekih sitnih promjena. U stupcima „u“ jedna će varijabla imati 1 a druga -1. To možemo vidjeti iz ograničenja također. U prvom redu će biti 1, a u drugom -1.

Kod Cs upisujemo za „u“ 0, a za „w“ -M kako je i postavljeno u zadatku.

„w“ varijable upisujemo samo tamo gdje se i nalazi w, dakle 2. i 3. red.

Cs	Var	Kol	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>
0	U <sub>1</sub>					1	0	0	0
-M	W <sub>1</sub>					0	-1	1	0
-M	W <sub>2</sub>							0	1
Zj - Cj									
dj									

Ovo sam stavio ovako posebno da bolje vidite, sada možemo upisati dalje X-eve i količine.

Za red Zj – Cj, znamo već da imamo negativne vrijednosti kao i uvijek.

Cs	Var	Kol	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>
0	U <sub>1</sub>	1200	1	2	1	1	0	0	0
-M	W <sub>1</sub>	200	1	0	0	0	-1	1	0
-M	W <sub>2</sub>	900	1	1	1	0	0	0	1
Zj - Cj		0	-40	-50	-45	0	0	0	0
dj									

U redu dj imamo jednu promjenu na koju moramo također pripaziti. A to je da sve vrijednosti imaju suprotni predznak. U dj redu zbrajamo redove „w“, ali ovaj put kada se radi o maksimumu stavljamo suprotne predznake. Kod minimuma zbrajamo normalno.

Cs	Var	Kol	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>
0	U <sub>1</sub>	1200	1	2	1	1	0	0	0
-M	W <sub>1</sub>	200	1	0	0	0	-1	1	0
-M	W <sub>2</sub>	900	1	1	1	0	0	0	1
Zj - Cj		0	-40	-50	-45	0	0	0	0
dj		-1100	-2	-1	-1	0	1	-1	-1

Sada imamo postavljenu tablicu i možemo krenuti sa rješavanjem. Ja ovdje sada neću pisati detalje oko rješavanja već ću ukratko napisati kako pronaći vodeće retke/stupce za max/min, te neke sitnice na koje treba paziti.

## MAKSIMUM

**Vodeći stupac** biramo na način da tražimo najmanji negativni broj ispod svih varijabli osim „w“ i to u redu dj, a onda kasnije Zj-Cj kada više nemamo red „w“. Ili školski, najveću apsolutnu vrijednost.

**Postoji mogućnost da vrijednost budu iste kod izbora stupca.** Nema nekog pravila koji stupac uzeti jer će kasnije taj drugi stupac biti vodeći pa uzmete koji hoćete.

**Vodeći red** biramo na način da vrijednosti iz količine podijelimo sa vrijednostima iz vodećeg stupca. I tada red koji ima najmanji količnik postaje vodeći.

**Postoji mogućnost da imamo iste količnike.** Tada moramo sljedeći stupac koji je desno od Količine, a nije vodeći dijeliti sa vodećim stupcem. Dakle, ako je vodeći  $X_2$  tada dijelimo  $X_1$  sa  $X_2$ , a ako je vodeći  $X_1$ , tada dijelimo  $X_2$  sa  $X_1$ . Ako su vrijednosti opet jednake uzimamo sljedeći desni stupac. Ovdje je moguće da dobijemo negativne vrijednosti, ali i 0. Uzimamo naravno najmanju vrijednost.

**NAPOMENA!! Smijemo dijeliti 0 sa nekom vrijednosti, ali ne smijemo dijeliti neku vrijednost sa 0.**

Kraj rješavanja je kada nemamo redove „w“ ili su u dj i Zj-Cj vrijednosti 0 ili pozitivne.

**Postoji mogućnost da ostane „w“, a imamo sve pozitivne vrijednosti i ne možemo više odrediti vodeći stupac.** To znači da nema rješenja i uzalud nam trud šta smo uopće rješavali.

To je ono važno šta je potrebno znati kod rješavanja tablice.

## MINIMUM

Kod **minimuma** je razlika u traženju vodećeg stupca. Dakle tražimo najveću pozitivnu vrijednost.

### 5. Čitanje iz tablice

Na kraju moramo ispisati još neke varijable.

**Y** – čitamo ispod stupca „u“ i „w“ iz reda Zj-Cj

**V** – ispod varijabli x također iz reda Zj-Cj

U našem primjeru y čitamo ispod  $u_1$ ,  $w_1$  i  $w_2$

Za varijable koje dobijemo u rješenju čitamo količine i tako zapišemo.

-----

Nadam se da sam objasnio sve ono važno i da nije teško shvatiti ovo sve i da će vam ova skripta pomoći u učenju.

Ako imate neka pitanja slobodno pitajte i nadam se da ću moći odgovoriti.

Možda postoji mogućnost i neke pogreške u pisanju ili definiranju nečega, nadam se da je sve ispravno.