OPĆI PROBLEM ZA MAKSMUM

$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 \rightarrow$ maksimum

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 \leq 1200$

$x_1 \geq 200$

$x_1 + x_2 + x_3 = 900$

$\boxed{x_1, x_2, x_3 \geq 0}$ NE ZABORAVITI UVJET !

Kanonski / prošireni oblik

$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 + 0*(u_1 - u_2) - M*(w_1 + w_2) \rightarrow$ maksimum

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 + u_1 = 1200$

$x_1 - u_2 + w_1 = 200$

$x_1 + x_2 + x_3 + w_2 = 900$

$x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, w_1, w_2 \geq 0$

Revidirani

$Z = 40x_1 + 50x_2 + 45x_3 \rightarrow$ maksimum

$1x_1 + 2x_2 + 1x_3 \leq 1200$

$-x_1 \leq -200$

$x_1 + x_2 + x_3 = 900$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Dualni oblik

$Z = 1200y_1 - 200y_2 + 900y_3 \rightarrow$ minimum

$1y_1 - 1y_2 + 1y_3 \geq 40$

$2y_1 + 1y_3 \geq 50$

$1y_1 + 1y_3 \geq 45$

$y_1, y_2 \geq 0$

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	1200	1	2	1	1	0	0	0				1205	1200
-M	W_1	200	1	0	0	0	-1	1	0				201	200
-M	W_2	900	1	1	1	0	0	0	1				904	900
Zj-Cj		0	-40	-50	-45	0	0	0	0					
d_j		-1100	-2	-1	-1	1	0	-1	-1					

- d_j redak dobijemo tako da zbrajamo samo one vrijednosti koje u sebi imaju W (artificijalne varijable) 200 + 900 = 1100, i kod maksimuma dodajemo predznak –(minus)
- vodeći stupac: u d_j redu uzimate onaj stupac koji ima najmanju vrijednost (apsolutno najveću) to je -2 i njega gledamo samo pod strukturnim varijablama (X) i dopunskim varijablama (U)
- vodeći redak : količinu podijelite sa vodećim stupcem - 1200/1 = 1200, 200/1 = 200, 900/1= 900 i uzmete najmanju vrijednost koja je 200 (time je drugi vodeći redak)

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	1000	0	2	1	1	1	-1	0					
40	X_1	200	1	0	0	-1	0	1	0					
-M	W_2	700	0	1	1	0	1	-1	1					
Zj-Cj		8000	0	-50	-45	0	-40	40	0					
d_j		-700	0	-1	-1	0	-1	1	-1					

- Odabrani red (u ovom slučaju drugi) računamo tako da svaki broj podijelimo sa 1 (narančasta boja), a 40 prepišemo iz funkcije cilja (z; to je ona vrijednost uz X_1)
- Računanje količine: 1200 – (200 * 1) = 1000 (označeno je bojama da vidite gdje je što uzeto, taj postupak ponavljate za sva prazna mjesta u tablici)

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	1000	0	2	1	1	1	-1	0					500
40	X_1	200	1	0	0	-1	0	1	0					-
-M	W_2	700	0	1	1	0	1	-1	1					700
Zj-Cj		8000	0	-50	-45	0	-40	40	0					
d_j		-700	0	-1	-1	0	-1	1	-1					

- Ponavljamo isti postupak kao i u prethodnom koraku
- Kada nam se javi u dj retku tri stupca sa jednakom vrijednošću (ovdje -1), onda gledamo redak iznad (Zj-Cj) i uzmemo onaj koji ima najmanju vrijednost (ili apsolutno najveću) to je -50
- Vodeći redak odredimo kao i u prethodnom koraku

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	W_1	W_2		K	R
50	X_2	500	0	1	1/2	1/2	1/2	-1/2	0			1000
40	X_1	200	1	0	0	0	-1	1	0			-
-M	W_2	200	0	0	1/2	-1/2	1/2	-1/2	1			400
Zj-Cj			0	0	-20	25	-15	15	0			
d_j			0	0	-1/2	1/2	-1/2	1/2	-1			

- Ponavljamo isti postupak kao i u prethodnim koracima
- Ovdje je također u dj redu vrijednosti koje imaju jednake vrijednost pa opet gledamo u (Zj-Cj)

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
50	X_2	300	0	1	0	1	0	0	-1					
40	X_1	200	1	0	0	0	-1	1	0					
45	X_3	400	0	0	1	-1	1	-1	2					
Zj-Cj		41000	0	0	0	5	5	-5	40					
d_j		0	0	0	0	0	0	0	0					

- GOTOVO: kako znamo? Znači u dj retku su vam sve 0, a u Zj-Cj više nemate negativnih vrijednosti ispod strukturnih (X) i dopunski (U) varijabli (**može se desiti da imate još neku negativnu vrijednost pa radite još iteraciju sve dok se je ne riješite)**

- DA LI OPTIMALNO RIJEŠENJE?
    - DA ako:
        - smo se riješili svih W-eva iz baze (vidimo da jesmo kada u stupcu varijabla nemate više W)
        - ispod X-eva i U-eva imamo vrijednosti koje su ≥ 0
        - također ako uvrstimo vrijednosti u funkciju cilja ($Z= 40x_1+50x_2+45x_3$) i funkciju cilja od duala ($Z = 1200y_1 – 200y_2 + 900y_3$) vrijednosti nam moraju biti jednake
    - time ovaj zadatak ima JEDNO OPTIMALNO RIJEŠENJE!
- IMA RIJEŠENJE, ALI NIJE OPTIMALNO?
- Ako smo se riješili svih W-eva iz baze, ali ispod x-eva i U-eva imate neke negativne vrijednosti koje možete uzeti, ali se ne može odrediti R stupac (npr. u redu negativa vrijednost) → **pa zbog toga ima rješenje, ali nije optimalno**
- NEMA RIJEŠENJA ?
    - Ako se ne možete riješiti W-eva tj. ne možete u dj retku dobiti sve 0

- **INTERPRETACIJA zadatka**
- Gdje čitamo X: u stupcu količina
- $Z= 40x_1+50x_2+45x_3$
- Z = 40*200 + 50*300 + 45*400 → 41000
- Gdje čitamo Y: $y_1 = 5$ $y_2 = 5$ (ali mičemo – predznak) $y_3 = 40$
- $Z = 1200y_1 – 200y_2 + 900y_3$
- Z = 1200 *5 -200*5 + 900*40 → 41000
- Proizvodi koji se isplate proizvoditi su x_1,x_2,x_3 (zato što su oni ostali u stupcu varijabla), a maksimalan prihod koji se njihovom proizvodnjom može ostvariti je 41000 jedinica.

<u>OPĆI PROBLEM ZA MINIMUM</u>

$Z= 25x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 35x_4 \rightarrow$ minimum

$2x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 5x_4 \leq 1500$

$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \geq 2000$

$x_1 = 300$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Kanonski / prošireni oblik

$Z= 25x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 35x_4 + 0*(u_1 - u_2) + M*(w_1 + w_2) \rightarrow$ minimum

$2x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 5x_4 + u_1 = 1500$

$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 - u_2 + w_1 = 2000$

$x_1 + w_2 = 300$

$x_1, x_2, x_3, x_4, u_1, u_2, w_1, w_2 \geq 0$

Revidirani

$Z= 25x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 35x_4 \rightarrow$ minimum

$-2x_1 - 3x_2 - 1x_3 - 5x_4 \geq -1500$

$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \geq 2000$

$x_1 = 300$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Dualni oblik

$Z = -1500y_1 + 2000y_2 + 300y_3 \rightarrow$ minimum

$-2y_1 + 2y_2 + 1y_3 \geq 25$

$-3y_1 + 1y_2 \geq 30$

$-1y_1 + 2y_2 \geq 20$

$-5y + 1y \geq 35$

$y_1 , y_2 \geq 0$

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	X_4	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	1500	2	3	1	5	1	0	0	0					750
M	W_1	2000	2	1	2	1	0	-1	1	0					1000
M	W_2	300	1	0	0	0	0	0	0	1					300
Zj-Cj		0	-25	-30	-20	-35	0	0	0	0					
d_j		2300	3	1	2	1	0	-1	1	1					

- d_j redak dobijemo tako da zbrajamo samo one vrijednosti koje u sebi imaju W (artificijalne varijable) 2000 + 300 = 2300, kod njega ne stavljamo negativan predznak
- vodeći stupac: u d_j redu uzimate onaj stupac koji ima najveću vrijednost to je 3 (njega gledamo samo pod strukturnim varijablama (X) i dopunskim varijablama (U))
- vodeći redak : količinu podijelite sa vodećim stupcem - 1500/2 = 750, 2000/2 = 1000, 300/1= 300 i uzmete najmanju vrijednost koja je 300 (time je treći vodeći redak)

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	X_4	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	900	0	3	1	5	1	0	0	-2					900
M	W_1	1400	0	1	2	1	0	-1	1	-2					700
25	X_1	300	1	0	0	0	0	0	0	1					-
Zj-Cj		7500	0	-30	-20	-35	0	0	0	25					
d_j		1400	0	1	2	1	0	-1	1	-2					

- postupak identičan prošlim koracima

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	X_3	X_4	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	200	0	5/2	0	9/2	1	½	-1/2	-1					
20	X_3	700	0	½	1	½	0	-1/2	½	-1					
25	X_1	300	1	0	0	0	0	0	0	1					
Zj-Cj		21500	0	-20	0	-25	0	-10	10	5					
d_j		0	0	0	0	0	0	0	0	0					

- GOTOVO: kako znamo? Znači u dj retku su vam sve 0, a u Zj-Cj više nemate pozitivnih vrijednosti ispod strukturnih (X) i dopunski (U) varijabli (**može se desiti da imate imate pozitivne vrijednosti pa radite još iteraciju)**

- DA LI OPTIMALNO RIJEŠENJE?
  - DA ako:
    - smo se riješili svih W-eva iz baze (vidimo da jesmo kada u stupcu varijabla nemate više W)
    - ispod X-eva i U-eva imamo vrijednosti koje su ≤ 0
    - također ako uvrstimo vrijednosti u funkciju cilja ($Z= 25x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 35x_4$) i funkciju cilja od duala ($Z = -1500y_1 + 2000y_2 + 300y_3$) vrijednosti nam moraju biti jednake
  - time ovaj zadatak ima JEDNO OPTIMALNO RIJEŠENJE!
- IMA RIJEŠENJE, ALI NIJE OPTIMALNO?
- Ako smo se riješili svih W-eva iz baze, ali ispod x-eva i U-eva imate neke pozitivne vrijednosti koje možete uzeti, ali se ne može odrediti R stupac (npr. u redu negativa vrijednost) → **pa zbog toga ima rješenje, ali nije optimalno**
- NEMA RIJEŠENJA ?
  - Ako se ne možete riješiti W-eva tj. ne možete u dj retku dobiti sve 0

- **INTERPRETACIJA zadatka**
- Gdje čitamo X: u stupcu količina
- $Z= 25x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 35x_4$
- Z = 25*300 + 30*0 + 20*700+ 35*0 → 21500
- Gdje čitamo Y: $y_1 = 0$ $y_2 = 10$ $y_3 = 5$
- $Z = -1500y_1 + 2000y_2 + 300y_3$
- Z = -1500 *0 +200*10 + 300*5 → 21500
- Da mi minimizirali troškove moramo koristiti ove proizvode (x_1, x_3).

DEGENERACIJA

Cj	Var	Kol	X_1	X_2	U_1	U_2	W_1	W_2				K	R
0	U_1	20	2	2	1	0	1	0					
M	W_1	60	-1	3	0	1	0	0					
M	W_2	10	1	1	0	0	0	1					
Zj-Cj			-2	-4	0	0	0	0					
d_j			0	-4	0	-1	0	-1					

- Ovo je napravljeno za OPLP Max.
- Odaberete najveću apsolutnu vrijednost u Dj redu, a to je -4
- Odabir vodećeg reda:
  - <u>20/2 = 10</u>
  - 60/3 = 20
  - <u>10/1 = 10</u>
- Kad imamo jednake vrijednosti onda uzmemo sljedeći stupac poslije stupca količina, u ovom slučaju je to X_1 :
  - 2/2 = 1
  - 1/1 = 1
- Opet imamo jednake vrijednosti pa idemo na sljedeći stupac to je X_3 (x_2 se preskače jer je to vodeći), u ovom slučaju je to U_1:
  - ½ = 0,5
  - <u>**0/1= 0**</u>
- 0 je manja od 0,5 pa je vodeći redak treći.